

Processamento de imagens via Derivada Topológica e suas aplicações na modelagem e simulação computacional do Sistema Cardiovascular Humano

Defesa de Tese de Doutorado

Aluno: Ignacio Larrabide
Orientador: Raúl A. Feijóo
Co-Orientador: Antonio A. Novotny

Laboratório Nacional de Computação Científica - LNCC/MCT
Rua Getúlio Vargas 333 - CEP: 25651-075
Petrópolis - RJ - Brasil

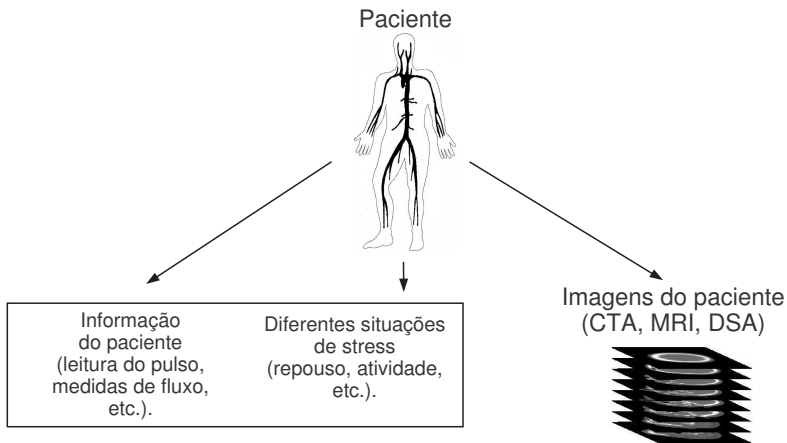
7 de março de 2007

Introdução e motivação

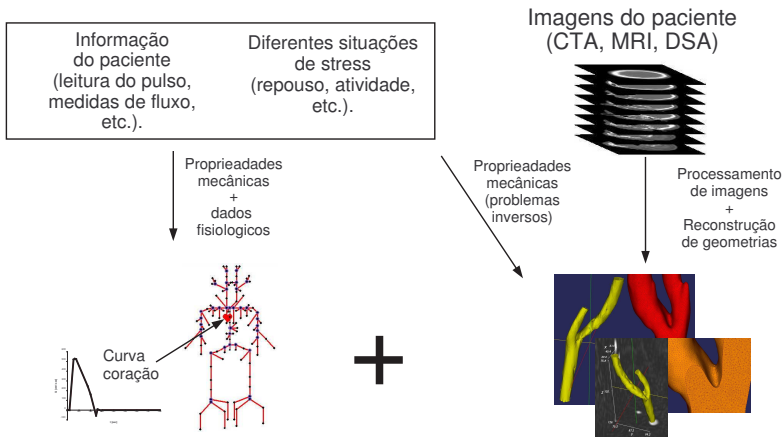
Causas	Numero de mortes em milhares			
	< 65 anos		> 65 anos	
	Homens	Mulheres	Homens	Mulheres
Todas as causas	394	217	721	717
Todas as doenças cardiovasculares	107	48	345	432
Isquemia de coração	62	21	197	221
Doenças vasculares cerebrais	10	9	47	78
Todas as doenças infecciosas	5	3	1	2
Todos os tipos de câncer	85	77	177	158
Acidentes	56	19	14	14

Tabela: Mortes e suas causas nos Estados Unidos no ano 1989. Fonte: *National Center of Health Statistics, Vital Statistics Report Final Mortality Statistics, 1989.*

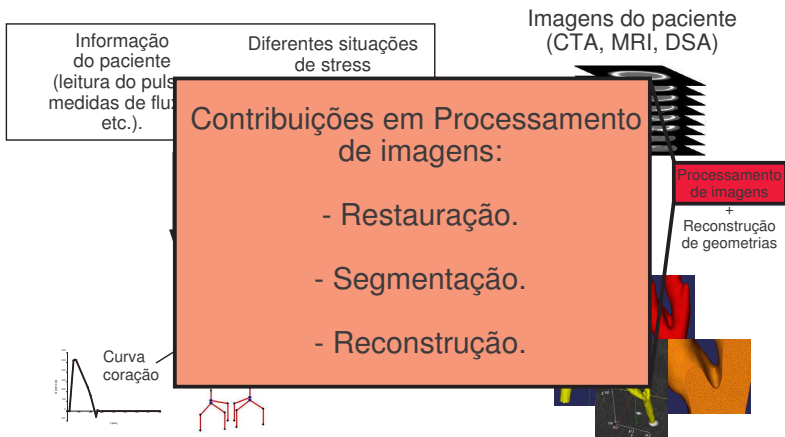
Introdução e motivação



Introdução e motivação

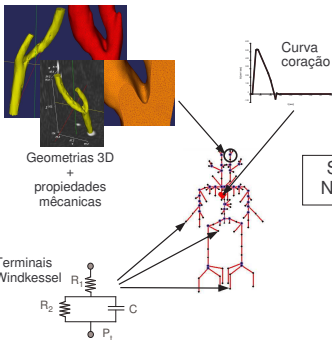


Introdução e motivação



Introdução e motivação

Modelos Multidimensionais



Solução
Numérica

Análise de resultados

Visualização Científica + Índices

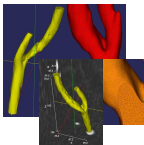
Treinamento

Avaliação de
risco

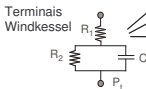
Planejamento
cirúrgico

Introdução e motivação

Modelos Multidimensionais



Geometrias 3D
+
propriedades
mécnicas



Desenvolvimento de um
sistema computacional
que integra estas ferramentas

e resultados

+ Índices

amento

Planejamento
cirúrgico

Restauração de Imagens

Imagens degradadas - Modelos matemático

O **modelo de degradação** mais utilizado considera dois fenômenos:

- 1 **Suavizado (blur)**: determinístico, está relacionado a forma em que a imagem é adquirida.
- 2 **Ruído**: não determinístico, corresponde ao ruído produzido no processo de transmissão.

Modelo matemático utilizado: Sejam $\bar{u} : \Omega \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ a imagem original e v a imagem observada desta cena (imagem degradada). Assume-se que:

$$u_0 = R\bar{u} + \eta \quad (1)$$

sendo η um ruído e R um operador linear que representa o suavizado (geralmente uma convolução).

Problema

Dado u_0 restaurar $\bar{u}$. Este é, de fato, um problema mal posto!.

Métodos existentes

Diferentes abordagens têm sido propostas ao longo dos anos para melhorar a qualidade de uma imagem degradada:

- Minimização da energia (Aubert e Kornprobst, 2002):

$$\mathcal{J} = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (u_0 - u)^2 d\Omega + \lambda \int_{\Omega} \phi(|\nabla u|). \quad (2)$$

- Difusão não linear (Perona e Malik, 1990):

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \operatorname{div}(\mathbf{k}(|\nabla u|)\nabla u). \quad (3)$$

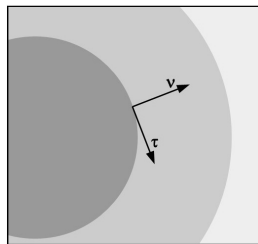


Figura: Difusão nas direções normal ν (impedida) e tangente τ (permitida) da imagem.

Escolha do coeficiente de difusão

- Função de Huber (1981):

$$\mathbf{k}(x) = \begin{cases} 1/\sigma & |x| \leq \sigma \\ \text{sign}(x)/x & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (4)$$

- Função de Perona and Malik (1990):

$$\mathbf{k}(x) = \frac{1}{1 + \frac{x^2}{\sigma^2}} \quad (5)$$

- Função de Turkey (Black *et. al.* (1998)):

$$\mathbf{k}(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left(1 - \frac{x^2}{\sigma^2}\right)^2 & |x| < \sigma \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (6)$$

Escolha do coeficiente de difusão

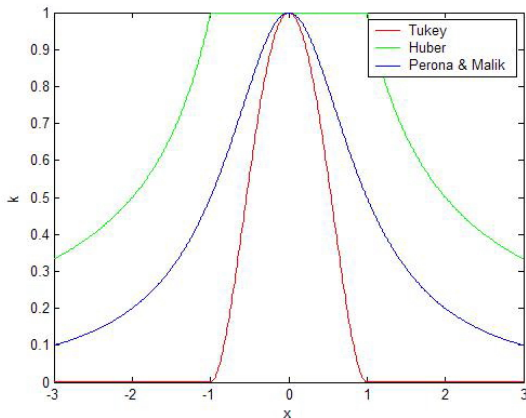


Figura: Funções de Huber, Perona & Malik e Tukey.

Escolha do coeficiente de difusão

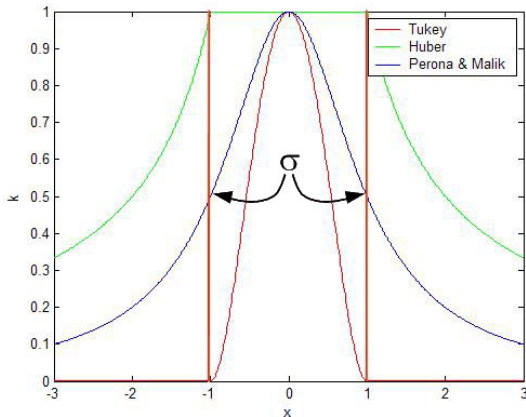


Figura: Funções de Huber, Perona & Malik e Tukey.

Definição da derivada topológica

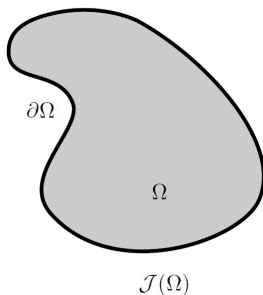


Figura: Conceito da derivada topológica.

Sejam $\mathcal{J}(\Omega) = \mathcal{J}(u(\Omega))$ uma função custo e $u(\Omega) \in \mathcal{U}$ a solução de um problema variacional do tipo $a(u, \eta) = l(\eta) \quad \forall \eta \in \mathcal{U}$ definido em Ω .

Definição da derivada topológica

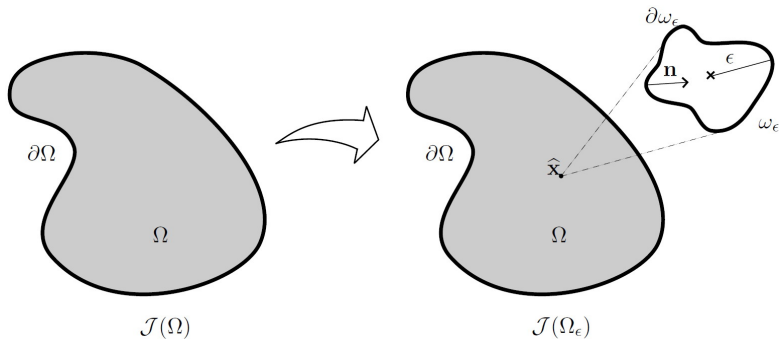


Figura: Conceito da derivada topológica.

Seja também u_ϵ a correspondente solução do “mesmo” problema variacional definido no domínio perturbado Ω_ϵ .

Definição da derivada topológica

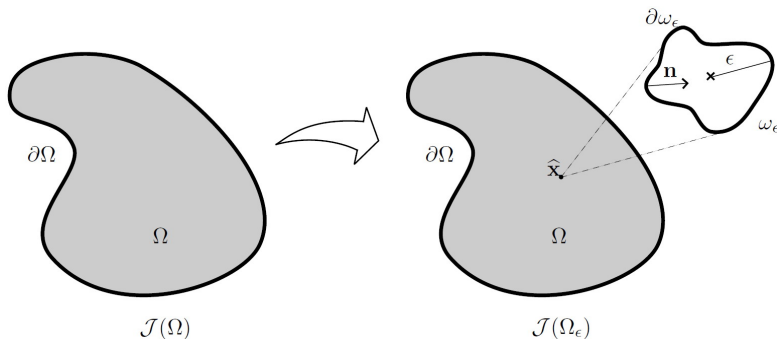


Figura: Conceito da derivada topológica.

*A **Derivada Topológica** é uma função escalar definida em Ω indicando em cada ponto $\hat{x} \in \Omega$ a sensibilidade da função custo quando um furo de tamanho infinitesimal ϵ é introduzido nesse ponto.*

Definição da derivada topológica

- Originariamente concebida para estudar problemas de otimização de topologia e problemas inversos. Neste trabalho este conceito é aplicado em **restauração e segmentação de imagens**.
- Para pequenos valores de ϵ a **expansão assintótica topológica** de $\mathcal{J}_\epsilon(u_\epsilon)$ pode ser escrita como

$$\mathcal{J}_\epsilon(u_\epsilon) = \mathcal{J}(u) + f(\epsilon)D_T(\hat{x}) + o(f(\epsilon)), \quad (4)$$

onde $f(\epsilon)$ é uma função positiva que decresce monotonicamente tal que $f(\epsilon) \rightarrow 0$ com $\epsilon \rightarrow 0^+$.

- $D_T(\hat{x})$ depende de funções definidas no domínio **não perturbado**.
- $D_T(\hat{x}) < 0$ pode-se considerar como **indicador** dos locais onde as perturbações devem ser introduzidas para reduzir o valor de $\mathcal{J}(u)$.

Definição da derivada topológica

- Originariamente concebida para estudar problemas de otimização de topologia e problemas inversos. Neste trabalho este conceito é aplicado em **restauração e segmentação de imagens**.
- Para pequenos valores de ϵ a **expansão assintótica topológica** de $\mathcal{J}_\epsilon(u_\epsilon)$ pode ser escrita como

$$\mathcal{J}_\epsilon(u_\epsilon) = \mathcal{J}(u) + f(\epsilon)D_T(\hat{x}) + o(f(\epsilon)), \quad (4)$$

onde $f(\epsilon)$ é uma função positiva que decresce monotonicamente tal que $f(\epsilon) \rightarrow 0$ com $\epsilon \rightarrow 0^+$.

- $D_T(\hat{x})$ depende de funções definidas no domínio **não perturbado**.
- $D_T(\hat{x}) < 0$ pode-se considerar como **indicador** dos locais onde as perturbações devem ser introduzidas para reduzir o valor de $\mathcal{J}(u)$.

Definição da derivada topológica

- Originariamente concebida para estudar problemas de otimização de topologia e problemas inversos. Neste trabalho este conceito é aplicado em **restauração e segmentação de imagens**.
- Para pequenos valores de ϵ a **expansão assintótica topológica** de $\mathcal{J}_\epsilon(u_\epsilon)$ pode ser escrita como

$$\mathcal{J}_\epsilon(u_\epsilon) = \mathcal{J}(u) + f(\epsilon)D_T(\hat{x}) + o(f(\epsilon)), \quad (4)$$

onde $f(\epsilon)$ é uma função positiva que decresce monotonicamente tal que $f(\epsilon) \rightarrow 0$ com $\epsilon \rightarrow 0^+$.

- $D_T(\hat{x})$ depende de funções definidas no domínio **não perturbado**.
- $D_T(\hat{x}) < 0$ pode-se considerar como **indicador** dos locais onde as perturbações devem ser introduzidas para reduzir o valor de $\mathcal{J}(u)$.

Definição da derivada topológica

- Originariamente concebida para estudar problemas de otimização de topologia e problemas inversos. Neste trabalho este conceito é aplicado em **restauração e segmentação de imagens**.
- Para pequenos valores de ϵ a **expansão assintótica topológica** de $\mathcal{J}_\epsilon(u_\epsilon)$ pode ser escrita como

$$\mathcal{J}_\epsilon(u_\epsilon) = \mathcal{J}(u) + f(\epsilon)D_T(\hat{x}) + o(f(\epsilon)), \quad (4)$$

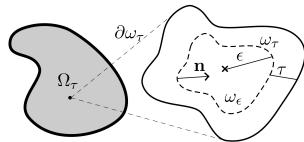
onde $f(\epsilon)$ é uma função positiva que decresce monotonicamente tal que $f(\epsilon) \rightarrow 0$ com $\epsilon \rightarrow 0^+$.

- $D_T(\hat{x})$ depende de funções definidas no domínio **não perturbado**.
- $D_T(\hat{x}) < 0$ pode-se considerar como **indicador** dos locais onde as perturbações devem ser introduzidas para reduzir o valor de $\mathcal{J}(u)$.

Calculo da derivada topológica

- Topological-Shape Sensitivity Method:

$$D_T(\hat{\mathbf{x}}) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{f'(\epsilon)} \left. \frac{d\mathcal{J}(\Omega_\tau)}{d\tau} \right|_{\tau=0}$$



- Método Lagrangeano

$$\mathcal{L}_\tau(v, \eta) = \mathcal{J}_\tau(v) + a_\tau(v, \eta) - l_\tau(\eta) \quad \forall \eta \in \mathcal{V}_\tau \text{ e } v \in \mathcal{U}_\tau. \quad (5)$$

- Derivada total de $\mathcal{L}_\tau(v, \eta)$ respeito de τ

$$\begin{aligned} \left. \frac{d\mathcal{J}(\Omega_\tau)}{d\tau} \right|_{\tau=0} &= \left. \frac{\partial \mathcal{L}_\tau(v, \eta)}{\partial \tau} \right|_{\substack{v=u_\tau \\ \eta=q_\tau}} \bigg|_{\tau=0} \\ &= \left[\frac{\partial \mathcal{J}_\tau(v)}{\partial \tau} + \frac{\partial a_\tau(v, \eta)}{\partial \tau} - \frac{\partial l_\tau(\eta)}{\partial \tau} \right]_{\substack{v=u_\tau \\ \eta=q_\tau}} \bigg|_{\tau=0}. \quad (6) \end{aligned}$$

R_{D_T} - Contínuo.

- Inicialmente proposta por Belaid *et al.* [2005] e Auroux *et al.* [2006].
- A seguinte função custo foi adotada pelos autores:

$$\mathcal{J}(u) = \int_{\Omega} \nabla u \cdot \nabla u \, d\Omega, \quad (7)$$

onde $u \in \mathcal{U}$ é a solução do seguinte problema variacional

$$\int_{\Omega} (k \nabla u \cdot \nabla \eta + (u - u_0) \eta) \, d\Omega = 0 \quad \forall \eta \in \mathcal{U}. \quad (8)$$

Calculo da derivada topológica

- A sensibilidade é dada por:

$$\left. \frac{d\mathcal{J}(\Omega_\tau)}{d\tau} \right|_{\tau=0} = \int_{\partial\omega_\epsilon} \mathbf{\Sigma}_\epsilon \mathbf{n} \cdot \mathbf{n} \, d\partial\Omega_\epsilon. \quad (9)$$

onde

$$\begin{aligned} \mathbf{\Sigma}_\epsilon = & \left(\nabla u_\epsilon \cdot \nabla u_\epsilon + k(\nabla u_\epsilon \cdot \nabla q_\epsilon) + u_\epsilon q_\epsilon - b q_\epsilon \right) \mathbb{I} \\ & - \left(\nabla u_\epsilon \otimes \nabla u_\epsilon - k(\nabla q_\epsilon \otimes \nabla u_\epsilon + \nabla u_\epsilon \otimes \nabla q_\epsilon) \right). \end{aligned}$$

e q_ϵ é a solução da equação adjunta

$$\int_{\Omega_\epsilon} (k \nabla q_\epsilon \cdot \nabla \eta + q_\epsilon \eta) \, d\Omega_\epsilon = - \int_{\Omega_\epsilon} 2 \nabla u_\epsilon \cdot \nabla \eta \, d\Omega_\epsilon \quad \forall \eta \in \mathcal{U}. \quad (10)$$

- Logo

$$D_T(\hat{\mathbf{x}}) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{f'(\epsilon)} \int_{\partial\omega_\epsilon} \mathbf{\Sigma}_\epsilon \mathbf{n} \cdot \mathbf{n} \, d\partial\Omega_\epsilon.$$

Calculo da derivada topológica

- A expansão assintótica de u_ϵ na vizinhança de $\hat{\mathbf{x}}$ toma a forma

$$u_\epsilon(\mathbf{x}) = u(\mathbf{x}) + \epsilon^2 \nabla \varphi(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{x}) \cdot \mathbb{P} \nabla u(\hat{\mathbf{x}}) + \mathcal{O}(\epsilon^2), \quad (9)$$

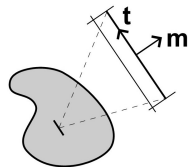
se opera de forma semelhante com q_ϵ .

- Considerando uma perturbação na forma de uma elipse e tomando o limite $\epsilon \rightarrow 0$, obtém-se

$$D_T(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{m}) = \mathbb{M} \mathbf{m} \cdot \mathbf{m} \quad (10)$$

sendo

$$\mathbb{M} = -\left(\nabla u \otimes \nabla u + k(\nabla u \otimes_s \nabla q) \right) \quad (11)$$



R_{D_T} - Contínuo

Utilizando esta informação a imagem restaurada $\bar{u} \in \mathcal{U}$ é dada pela solução do problema variacional (difusão isotrópica/anisotrópica)

$$\int_{\Omega} (\mathbb{K} \nabla \bar{u} \cdot \nabla \eta + \bar{u} \eta) d\Omega = \int_{\Omega} u_0 \eta d\Omega \quad \forall \eta \in \mathcal{U} \quad (12)$$

onde o tensor de difusividade $\mathbb{K}(\mathbf{x})$ é dado por

- Difusão isotrópica baseada na D_T (D_T -Iso):
 - $\mathbb{K}(\mathbf{x}) = k_{\epsilon} \mathbb{I}$ se $D_T(\mathbf{x}) \leq D_{T\text{Lim}}$;
 - $\mathbb{K}(\mathbf{x}) = k_0 \mathbb{I}$ caso contrário.
- Difusão anisotrópica baseada na D_T (D_T -Aniso):
 - $\mathbb{K}(\mathbf{x}) = k_{\epsilon}(\mathbf{n} \otimes \mathbf{n}) + k_0(\mathbf{t} \otimes \mathbf{t})$ se $D_T(\mathbf{x}) \leq D_{T\text{Lim}}$;
 - $\mathbb{K}(\mathbf{x}) = k_0 \mathbb{I}$ caso contrário.

para $k_{\epsilon} \ll 1$ e k_0 um número real positivo.

Algoritmo R_{D_T} -Contínuo

Algoritmo 1

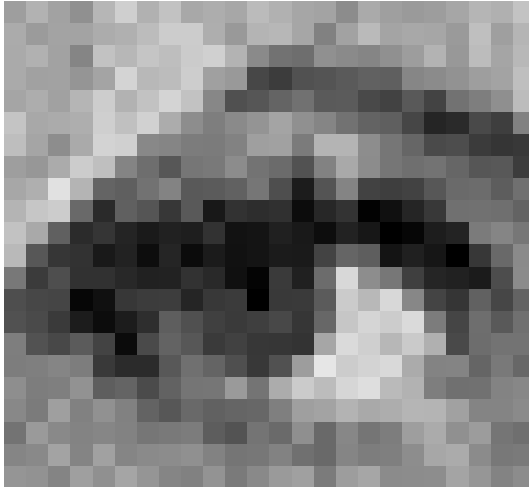
- **Entrada:** A imagem 2D u_0 a ser restaurada, os parâmetros α e k_0 .
- **Saída:** A imagem restaurada $u^* \in \mathcal{U}$
- **Algoritmo:**
 - calcular u^h e q^h , soluções da equação de estado e adjunta respectivamente,
 - calcular a matriz 2×2 $\mathbb{M}$ e o seu menor autovalor κ_{min} em cada ponto do domínio,
 - achar $\mathbb{K}$ usando D_T -Iso ou D_T -Aniso nos pixels $s \in \mathcal{M}_\alpha$,
 - calcular u^* , a imagem restaurada, usando $\mathbb{K}(\mathbf{x})$ obtido anteriormente.

Sendo

$$\mathcal{M}_\alpha := \{D_T(s) : D_T(s) < 0 \quad \text{e} \quad D_T(s) \text{ se encontra nos} \\ \alpha\% \text{ mais negativos valores de } D_T\}.$$

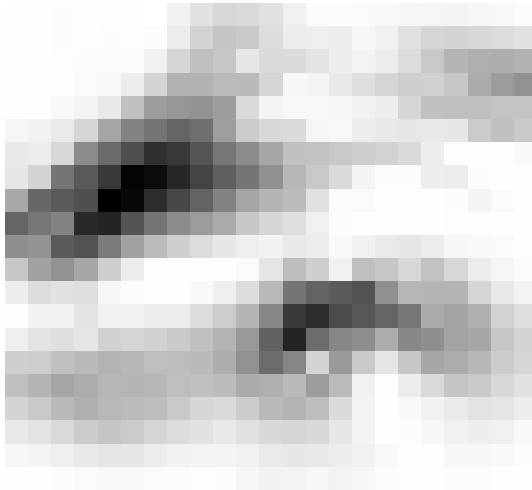
R_{D_T} - Contínuo

Imagem original



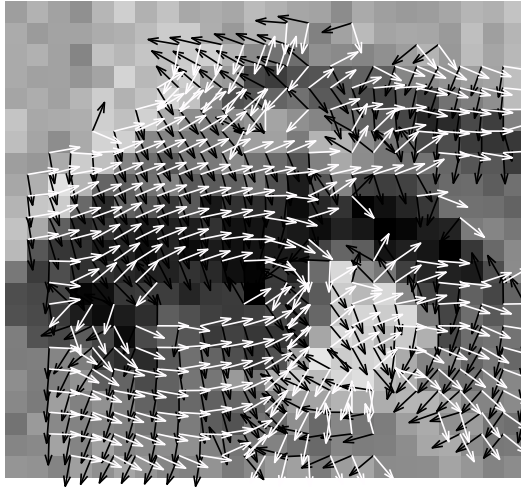
R_{D_T} - Contínuo

Derivada topológica



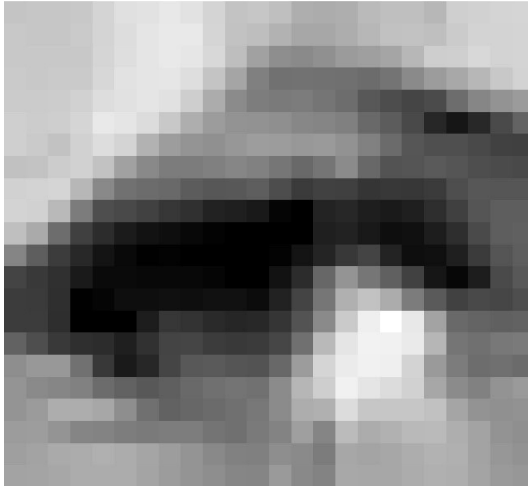
R_{D_T} - Contínuo

Direção ν e τ as fissuras introduzidas



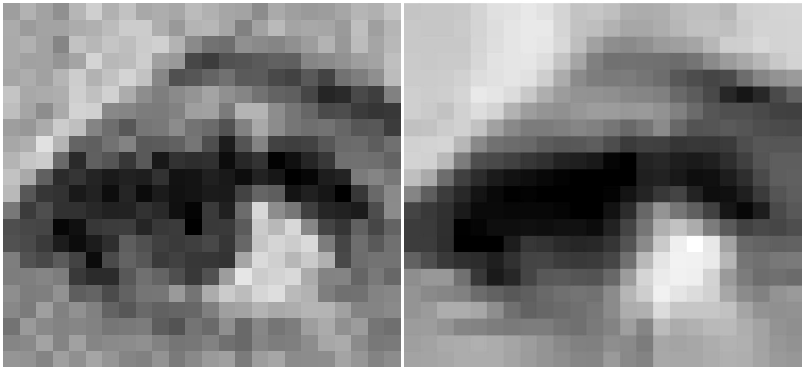
R_{D_T} - Contínuo

Imagem restaurada



R_{D_T} - Contínuo

Imagem original e restaurada



R_{D_T} - Contínuo

É possível construir um algoritmo discreto baseado na derivada topológica, sem perda de qualidade e de menor custo computacional?.

R_{D_T} - Discreto

- O funcional adotado para esta abordagem discreta é considerado como

$$\mathcal{J}^d(u_t^s) = \sum_s \sum_{p \in n^s} k^{s,p} \hat{\Delta} u_t^{s,p} \cdot \hat{\Delta} u_t^{s,p}, \quad (13)$$

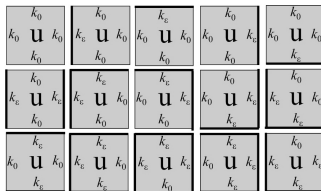
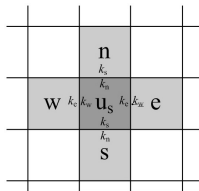
uma aproximação discreta do quadrado da norma energia de u , onde $\hat{\Delta} u_t^{s,p} = u_t^p - u_t^s$.

- u_t^s é **explicitamente computada** usando

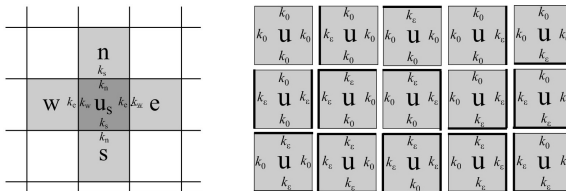
$$u_t^s(k^s) = u_{t-1}^s + \Delta t \sum_{p \in n^s} k^{s,p} \hat{\Delta} u_{t-1}^{s,p} \quad (14)$$

- O **objetivo** é encontrar a melhor configuração para k^s que mais preserve os detalhes da imagem removendo ruído quando u_t^s é calculado.
- Considerando $k^{s,p} = k_\varepsilon$ é **interpretado como a introdução de uma fissura ao longo da aresta compartilhada por dois pixels** (i.e., não ocorre difusão através daquela aresta).

Cálculo da D_T



Cálculo da D_T



- Considerando $\mathbf{k}_\epsilon^s$ a configuração perturbada do coeficiente de difusividade
 s logo, o valor da função custo quando esta perturbação é introduzida é
 dada por

$$\mathcal{J}^d(u_t^s(\mathbf{k}_\epsilon^s)) = \mathcal{J}^d(u_t^s(\mathbf{k}^s)) + D_T(s, \mathbf{k}_\epsilon^s) \quad (15)$$

► Cálculo D_T

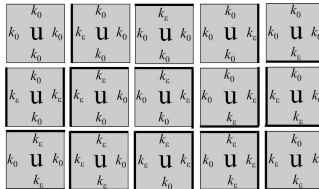
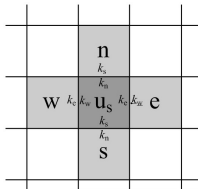
► Próximo

Cálculo da D_T

- Considere-se que $k^{s,p} \in \{k_e, k_0\}$. Logo, o conjunto de todas as possíveis configurações para $\mathbf{k}^s$ pode ser definido como

$$\mathcal{C}(s) := \{\mathbf{k}^s = (k^{s,w}, k^{s,e}, k^{s,n}, k^{s,s}); k^{s,p} \in \{0, k_0\}, p = \{w, e, n, s\}\} \quad (15)$$

- 16 combinações diferentes são possíveis para $\mathbf{k}^s$.
 $k^{s,w} = k^{s,e} = k^{s,n} = k^{s,s} = k_e$ não é considerado porque a função custo assume o valor 0 praticamente.



Cálculo da D_T

- Para calcular a D_T em cada pixel, uma pequena perturbação é introduzida em $\mathbf{k}^s$, seja

$$\mathbf{k}^s \Rightarrow \mathbf{k}_\epsilon^s \in \mathcal{C}_\sigma. \quad (15)$$

- A função custo perturbada $\mathcal{J}_\epsilon^d({}_\epsilon u_t^s)$ é dada por

$$\mathcal{J}_\epsilon^d({}_\epsilon u_t^s) = \mathcal{J}^d(u_t^s) - \sum_{p \in n^s} k^{s,p} \hat{\Delta} u_t^{s,p} \cdot \hat{\Delta} u_t^{s,p} + \sum_{p \in n^s} k_\epsilon^{s,p} \hat{\Delta} {}_\epsilon u_t^{s,p} \cdot \hat{\Delta} {}_\epsilon u_t^{s,p}.$$

sendo ${}_\epsilon u_t^s = u_t^s(\mathbf{k}_\epsilon^s)$, $u_t^s = u_t^s(\mathbf{k}_{iso}^s)$ e $\hat{\Delta} {}_\epsilon u_t^{s,p} = u_t^{p,p} - {}_\epsilon u_t^s$.

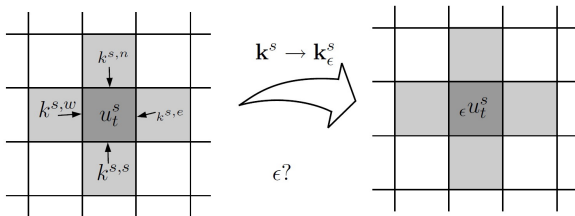
- A variação total da função custo $\mathcal{J}^d$ devido a uma pequena perturbação $\mathbf{k}_\epsilon^s$ pode ser escrita como

$$D_T(s, \mathbf{k}_\epsilon^s) = \sum_{p \in n^s} k_\epsilon^{s,p} \hat{\Delta} {}_\epsilon u_t^{s,p} \cdot \hat{\Delta} {}_\epsilon u_t^{s,p} - \sum_{p \in n^s} k^{s,p} \hat{\Delta} u_t^{s,p} \cdot \hat{\Delta} u_t^{s,p}. \quad (16)$$

R_{D_T} - Discreto

$$\mathbf{k}^s = \{k^{s,w}, k^{s,e}, k^{s,n}, k^{s,s}\}$$

$$\mathbf{k}_\epsilon^s = \{k^{\epsilon,w}, k^{\epsilon,e}, k^{\epsilon,n}, k^{\epsilon,s}\}$$



- A variação total da função custo $\mathcal{J}^d$ devido a uma pequena perturbação $\mathbf{k}_\epsilon^s$ pode ser escrita como

$$D_T(s, \mathbf{k}_\epsilon^s) = \sum_{p \in n^s} k_\epsilon^{s,p} \hat{\Delta}_\epsilon u_t^{s,p} \cdot \hat{\Delta}_\epsilon u_t^{s,p} - \sum_{p \in n^s} k^{s,p} \hat{\Delta} u_t^{s,p} \cdot \hat{\Delta} u_t^{s,p}. \quad (17)$$

Algoritmo R_{D_T} -Discreto

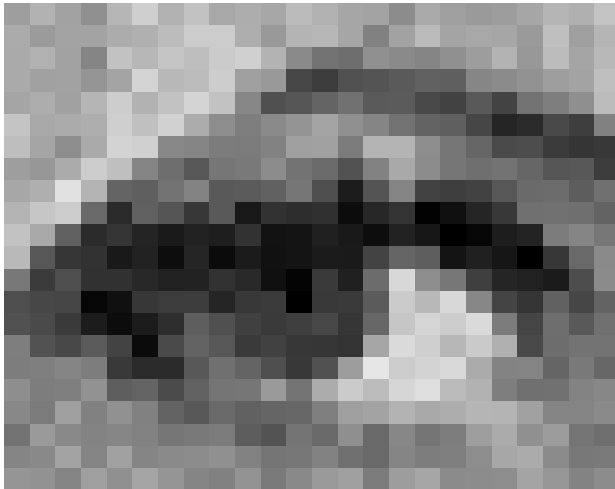
Algoritmo 2

- **Entrada:** A imagem 2D v^s a ser restaurada e o parâmetro α .
- **Saída:** A imagem restaurada $\bar{u}^s \in \mathcal{U}$
- **Algoritmo:**
 - $u_0^s = v^s$, $t=1$, Parar = FALSE
 - $\mathbf{k}^s = \mathbf{k}_{iso}^s$, $s = 1..M * N$
 - while Parar==FALSE
 - calcular D_T para cada pixel e cada $\mathbf{k}_\epsilon^s \in \mathcal{C}_\sigma$
 - $D_T(s) = \min_{\epsilon^*} \{D_T(s, \mathbf{k}_\epsilon^s), \mathbf{k}_\epsilon^s \in \mathcal{C}_\sigma\}$
 - para cada pixel $s \in \mathcal{M}_\alpha$ escolher $\mathbf{k}^s = \mathbf{k}_{\epsilon^*}^s$ o coeficiente de difusividade associado a $D_T(s)$
 - compute $u_t^s(\mathbf{k}^s)$ usando Eq. (14)
 - if $|\mathcal{J}_\epsilon^d(\epsilon u_t^s) - \mathcal{J}_\epsilon^d(\epsilon u_{t-1}^s)| > tol$ then $t = t + 1$
 - else $\bar{u}^s = u_t^s$, $s = 1, \dots, M * N$, Parar = TRUE

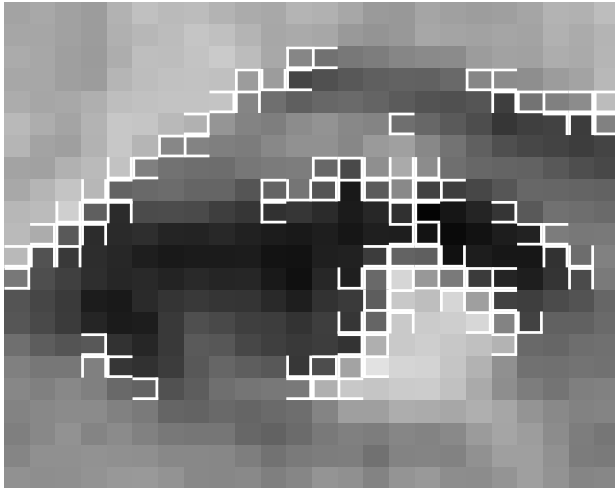
Sendo

$$\mathcal{M}_\alpha := \{D_T(s) \quad : \quad D_T(s) < 0 \text{ e } D_T(s) \text{ se encontra nos } \alpha \text{ mais negativos valores de } D_T\}. \quad (18)$$

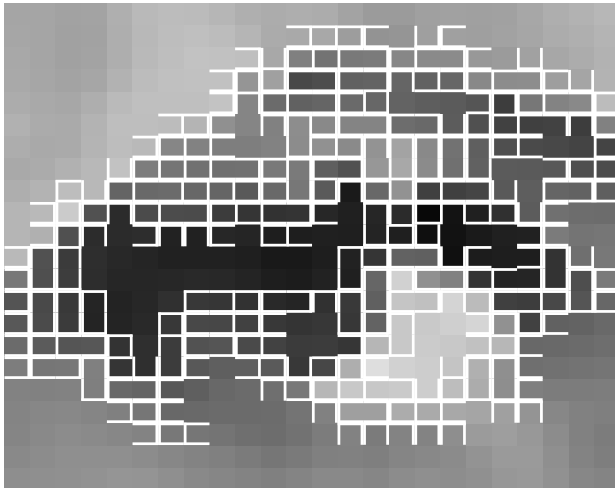
R_{D_T} - Discreto



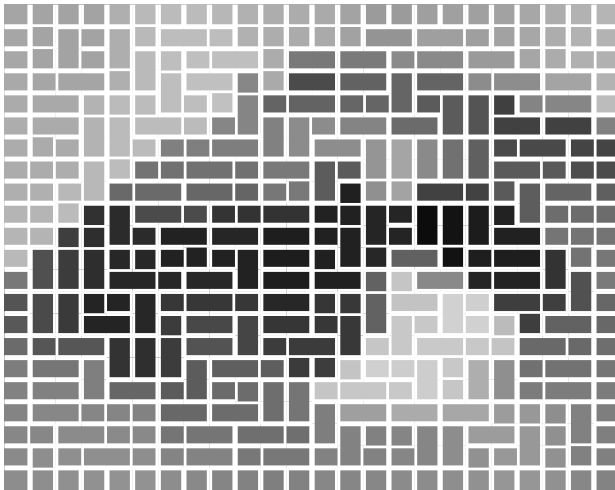
R_{D_T} - Discreto



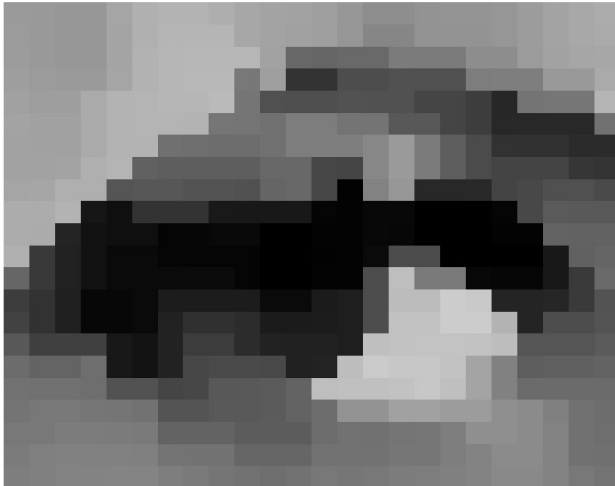
R_{D_T} - Discreto



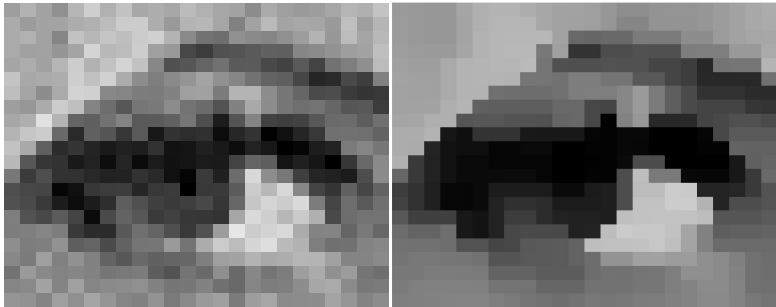
R_{D_T} - Discreto



R_{D_T} - Discreto



R_{D_T} - Discreto



Comparação com outros métodos - tipos de ruído

Para estudar a eficiência dos métodos propostos para remover ruído, distintas imagens com diferentes intensidades e tipos de ruído foram processadas

- Ruído uniforme:

$$u_0^s = \bar{u}^s + 2 * r * (rand - 0.5). \quad (19)$$

- Ruído Gaussiano branco:

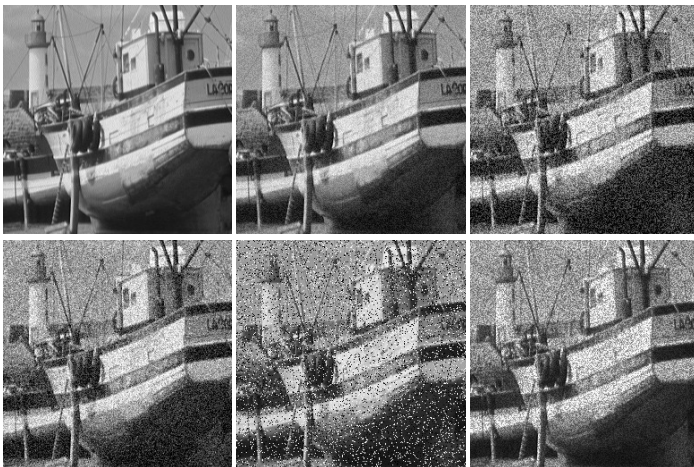
$$u_0^s = \bar{u}^s + \rho(\mu, \bar{\sigma}). \quad (20)$$

- Ruído sal e pimenta: p pixels (sendo p um percentual) são alterados para 0 ou 255 com igual probabilidade.
- Ruído multiplicativo speckle:

$$u_0^s = \bar{u}^s + n(\mu, \bar{\sigma}) * \bar{u}^s. \quad (21)$$

Comparação dos resultados

Figura: Imagens utilizadas nos testes - barco (Fila superior: Imagem original, ruído uniforme ($r = 20$ e $r = 60$), Fila inferior: ruído Gaussiano ($\sigma = 30$), ruído sal e pimenta ($p = 15$), ruído speckle ($\sigma = 60$))



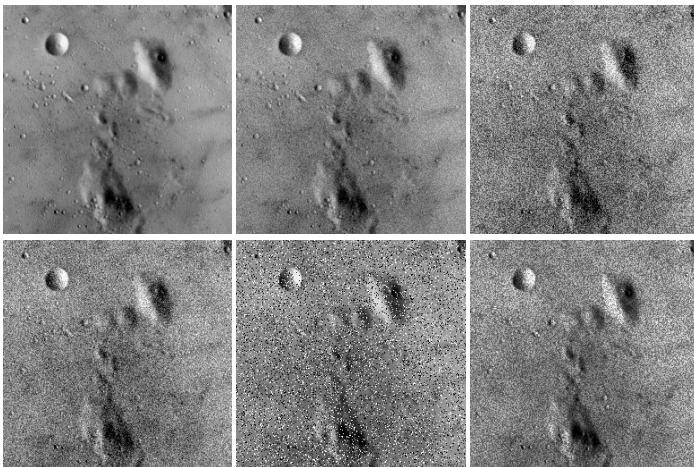
Comparação dos resultados

Figura: Imagens utilizadas nos testes - Lena (Fila superior: Imagem original, ruído uniforme ($r = 20$ e $r = 60$), Fila inferior: ruído Gaussiano ($\bar{\sigma} = 30$), ruído sal e pimenta ($p = 15$), ruído speckle ($\bar{\sigma} = 60$))



Comparação dos resultados

Figura: Imagens utilizadas nos testes - lua (Fila superior: Imagem original, ruído uniforme ($r = 20$ e $r = 60$), Fila inferior: ruído Gaussiano ($\bar{\sigma} = 30$), ruído sal e pimenta ($p = 15$), ruído speckle ($\bar{\sigma} = 60$))



Ajuste de parâmetros

- Como os diferentes métodos apresentam diferentes parâmetros, estes foram ajustados de maneira independente.

Método	Parâmetro	Valor
Perona & Malik	σ iterações	Eq. (22) 10 - 20 - 30
Black. <i>et al.</i>	σ iterações	Eq. (22) 10 - 20 - 30
Suavizado seletivo (A-M-L)	σ iterações	Eq. (22) 10 - 20 - 30
Minimização Semi-Quadrática (K-A)	σ λ	Eq. (22) 10
R_{D_T} Discreto	α	0.18
R_{D_T} Contínuo	α	0.80

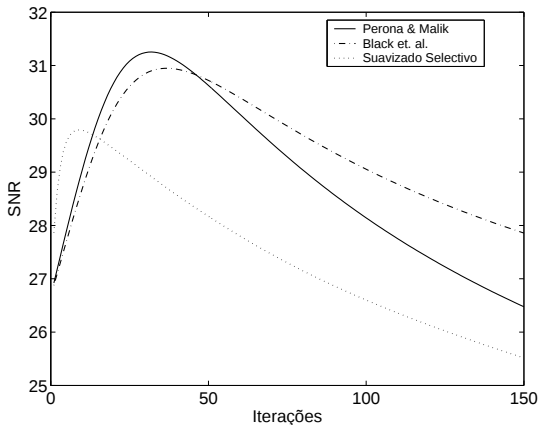
Tabela: Valores utilizados dos parâmetros nos diferentes métodos.

- Black *et al.*, propõem uma metodologia para estimar o valor do parâmetro σ , seja

$$\sigma = 1.4826 \text{ mediana}(|\nabla u_0 - \text{mediana}(\nabla u_0)|). \quad (22)$$

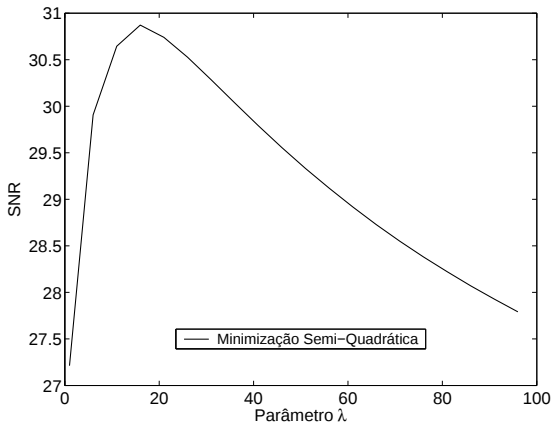
Análise parâmetros - Ruído uniforme ($r = 20$)

Figura: Análise de parâmetros (imagem do barco). Ruído uniforme $r = 20$, SNR inicial de aproximadamente 27 dB. SNR vs. número de iteração - Métodos evolutivos.



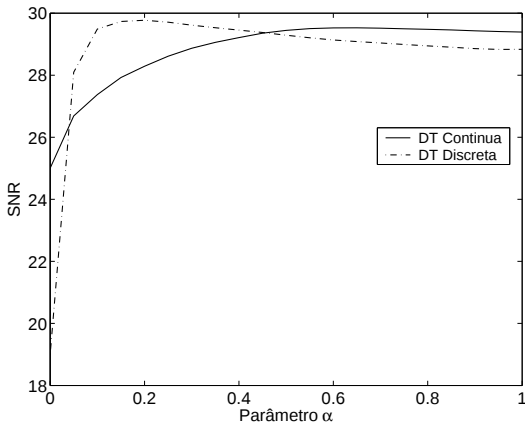
Análise parâmetros - Ruído uniforme ($r = 20$)

Figura: Análise de parâmetros (imagem do barco). Ruído uniforme $r = 20$, SNR inicial de aproximadamente 27 dB. SNR vs. parâmetro λ - Minimização Semi-Quadrática.



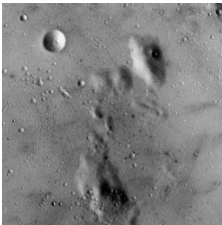
Análise parâmetros - Ruído uniforme ($r = 20$)

Figura: Análise de parâmetros (imagem do barco). Ruído uniforme $r = 20$, SNR inicial de aproximadamente 27 dB. SNR vs. parâmetro α - Métodos D_T .



Comparação de resultados - Ruído uniforme ($r = 20$)

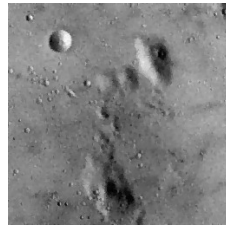
Figura: Resultados para a imagem da lua com cada método. Ruído uniforme $\bar{\sigma} = 20$, SNR inicial de aproximadamente 27dB.



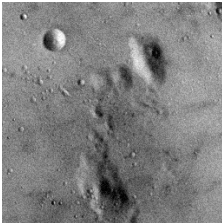
(a) Imagem original



(b) Perona & Malik



(c) R_{D_T} -Discreto



(d) Imagem poluída



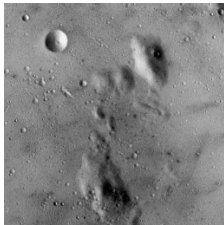
(e) Min. Semi-Quad.



(f) R_{D_T} -Contínuo

Comparação de resultados - Ruído uniforme ($r = 60$)

Figura: Resultados para a imagem da lua com cada método. Ruído uniforme $\bar{\sigma} = 60$, SNR inicial de aproximadamente 17.50dB.



(a) Imagem original



(b) Perona & Malik



(c) R_{D_T} -Discreto



(d) Imagem poluída



(e) Min. Semi-Quad.



(f) R_{D_T} -Contínuo

Comparação de resultados - Ruído Gaussiano ($\bar{\sigma} = 30$)

Figura: Resultados para a imagem de Lena com cada método. Ruído Gaussiano $\bar{\sigma} = 30$, SNR inicial de aproximadamente 18.80 dB.



(a) Imagem original



(b) Perona & Malik



(c) R_{D_T} -Discreto



(d) Imagem poluída



(e) Min. Semi-Quad.



(f) R_{D_T} -Contínuo

Comparação de resultados - Ruído sal e pimenta ($p = 15$)

Figura: Resultados para a imagem do barco com cada método. Ruído sal e pimenta $p = 15$, SNR inicial de aproximadamente 18.80 dB.



(a) Imagem original



(b) Perona & Malik



(c) R_{D_T} -Discreto



(d) Imagem poluída



(e) Min. Semi-Quad.



(f) R_{D_T} -Contínuo

Comparação de resultados - Ruído speckle ($\bar{\sigma} = 60$)

Figura: Resultados para a imagem de Lena com cada método. Ruído speckle $\bar{\sigma} = 60$, SNR inicial de aproximadamente 13.50 dB.



(a) Imagem original



(b) Perona & Malik



(c) R_{D_T} -Discreto



(d) Imagem poluída



(e) Min. Semi-Quad.



(f) R_{D_T} -Contínuo

Comparação de resultados - Imagens Médicas

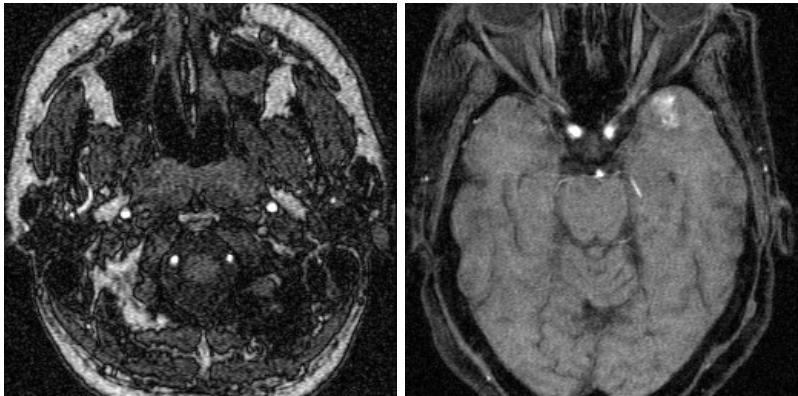


Figura: Diferentes imagens CT (artérias do cérebro) - Exemplos de ruído Gaussiano (Imagens de entrada).

Comparação de resultados - Imagens Médicas

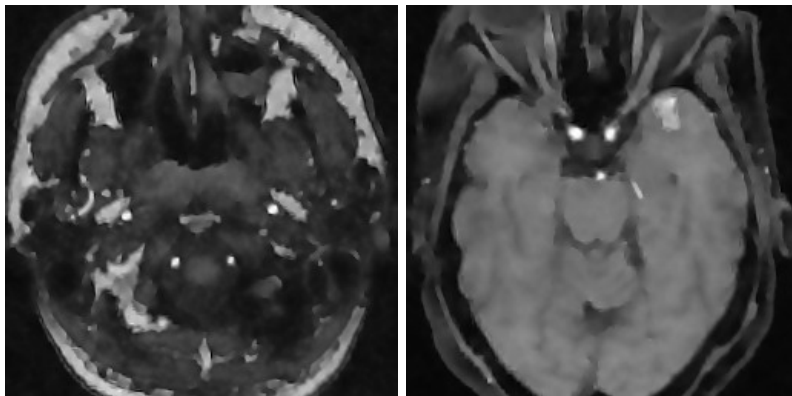


Figura: Diferentes imagens CT (artérias do cérebro) - Exemplos de ruído Gaussiano (Imagens processadas com R_{D_T} -Contínuo, $k_0 = 2$ e $\alpha = 0.8$).

Comparação de resultados - Imagens Médicas

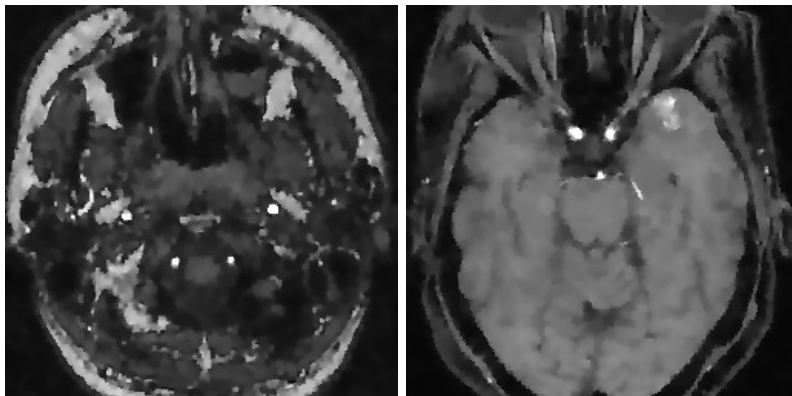
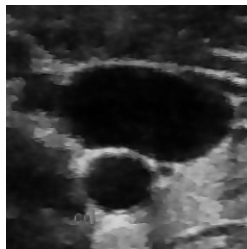


Figura: Diferentes imagens CT (artérias do cérebro) - Exemplos de ruído Gaussiano (Imagens processadas R_{D_T} -Discreto, $k_0 = 1$ e $\alpha = 0.18$).

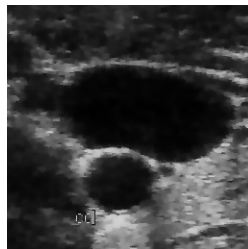
Comparação de resultados - Imagens Médicas



(a) Carótida de mulher jovem em fase sístole.



(b) R_{D_T} -Contínuo



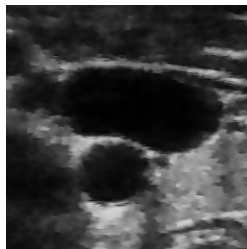
(c) R_{D_T} -Discreto

Figura: Diferentes imagens de ultrassom - Exemplos de ruído speckle. Imagens restauradas com R_{D_T} -Contínuo (coluna central, $k_0 = 2$ e $\alpha = 0.8$) e R_{D_T} -Discreto (coluna da direita, $k_0 = 1$ e $\alpha = 0.18$).

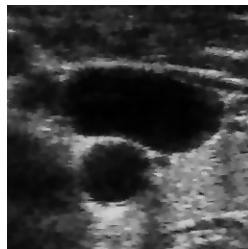
Comparação de resultados - Imagens Médicas



(a) Carótida de mulher jovem em fase diástole.



(b) R_{D_T} -Contínuo



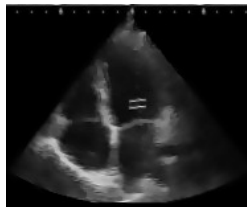
(c) R_{D_T} -Discreto

Figura: Diferentes imagens de ultrassom - Exemplos de ruído speckle. Imagens restauradas com R_{D_T} -Contínuo (coluna central, $k_0 = 2$ e $\alpha = 0.8$) e R_{D_T} -Discreto (coluna da direita, $k_0 = 1$ e $\alpha = 0.18$).

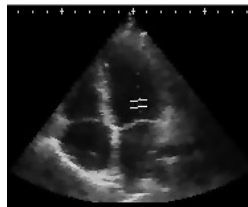
Comparação de resultados - Imagens Médicas



(a) Quatro câmeras do coração



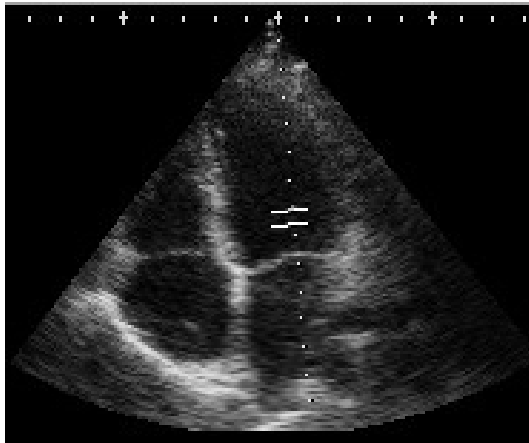
(b) R_{D_T} -Contínuo



(c) R_{D_T} -Discreto

Figura: Diferentes imagens de ultrassom - Exemplos de ruído speckle. Imagens restauradas com R_{D_T} -Contínuo (coluna central, $k_0 = 2$ e $\alpha = 0.8$) e R_{D_T} -Discreto (coluna da direita, $k_0 = 1$ e $\alpha = 0.18$).

Comparação de resultados - Imagens Médicas



(a) Imagem degradada.

Figura: Diferentes imagens de ultrassom - Exemplos de ruído speckle. Imagens restauradas com R_{D_T} -Contínuo ($k_0 = 2$ e $\alpha = 0.8$) e R_{D_T} -Discreto ($k_0 = 1$ e $\alpha = 0.18$).

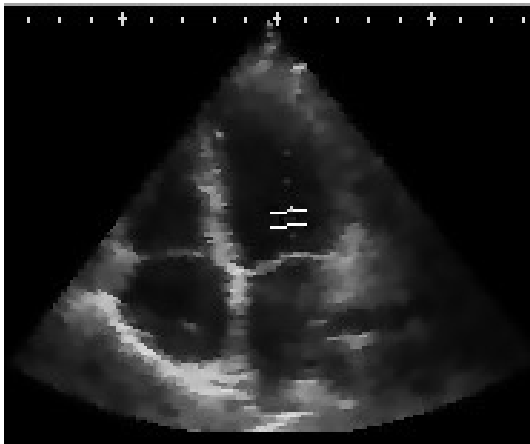
Comparação de resultados - Imagens Médicas



(a) R_{D_T} -Contínuo.

Figura: Diferentes imagens de ultrassom - Exemplos de ruído speckle. Imagens restauradas com R_{D_T} -Contínuo ($k_0 = 2$ e $\alpha = 0.8$) e R_{D_T} -Discreto ($k_0 = 1$ e $\alpha = 0.18$).

Comparação de resultados - Imagens Médicas



(a) R_{D_T} -Discreto.

Figura: Diferentes imagens de ultrassom - Exemplos de ruído speckle. Imagens restauradas com R_{D_T} -Contínuo ($k_0 = 2$ e $\alpha = 0.8$) e R_{D_T} -Discreto ($k_0 = 1$ e $\alpha = 0.18$).

Segmentação de imagens

Segmentação de imagens

- Uma primeira definição de segmentação de imagens pode ser:

"Segmentação é o processo que divide uma imagem nas regiões ou objetos que a compõem".

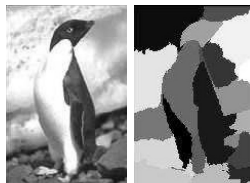


Figura: Exemplo de imagem segmentada.

Segmentação de imagens

- Uma primeira definição de segmentação de imagens pode ser:
"Segmentação é o processo que divide uma imagem nas regiões ou objetos que a compõem".
- O nível até o qual esta subdivisão é feita **depende do problema particular sendo tratado**.

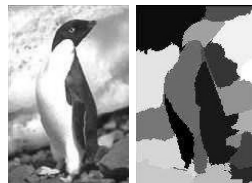


Figura: Exemplo de imagem segmentada.

Segmentação de imagens

- Uma primeira definição de segmentação de imagens pode ser:
"Segmentação é o processo que divide uma imagem nas regiões ou objetos que a compõem".
- O nível até o qual esta subdivisão é feita **depende do problema particular sendo tratado.**

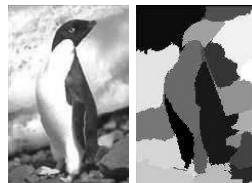


Figura: Exemplo de imagem segmentada.

- No caso de imagens médicas, **o objetivo é usualmente identificar diferentes órgãos**, tecidos ou estruturas anatômicas em dados adquiridos utilizando CT, MRI, Ultrasom dentre outras.

Métodos existentes

- Técnicas clássicas (Gonzalez e Woods, 2001):
 - Baseados em características **básicas** das intensidades dos pixels: *multiple thresholding*, crescimento de regiões (*region growing*), dentre outros.
- Técnicas mais sofisticadas:
 - **Level Sets (Sethian, 1999)**: utilizam poderosos modelos numéricos para acompanhar a evolução de superfícies móveis. Neste caso interação do usuário é requerida para introduzir uma ou mais sementes para que o algoritmo evolua.
 - **Contornos ativos - Snakes (Li et al., 1995)**: para esta técnica bons resultados são obtidos, em particular para MRI do cérebro. Neste caso as imagens de entrada devem ser pre-processadas para extrair estruturas espúrias antes que o algoritmo de segmentação possa começar.
 - **Markov Random Fields (Held et al., 1997)**: técnicas de segmentação completamente automáticas, especificamente desenhadas para imagens MRI do cérebro. A limitação é o custo computacional elevado.

Métodos existentes

- Técnicas clássicas (Gonzalez e Woods, 2001):
 - Baseados em características **básicas** das intensidades dos pixels: *multiple thresholding*, crescimento de regiões (*region growing*), dentre outros.
- Técnicas mais sofisticadas:
 - **Level Sets (Sethian, 1999)**: utilizam poderosos modelos numéricos para acompanhar a evolução de superfícies móveis. Neste caso interação do usuário é requerida para introduzir uma ou mais sementes para que o algoritmo evolua.
 - **Contornos ativos - Snakes (Li et al., 1995)**: para esta técnica bons resultados são obtidos, em particular para MRI do cérebro. Neste caso as imagens de entrada devem ser pre-processadas para extrair estruturas espúrias antes que a o algoritmo de segmentação possa começar.
 - **Markov Random Fields (Held et al., 1997)**: técnicas de segmentação completamente automáticas, especificamente desenhadas para imagens MRI do cérebro. A limitação é o custo computacional elevado.

S_{D_T} -Contínua

- A seguinte função custo foi adotada

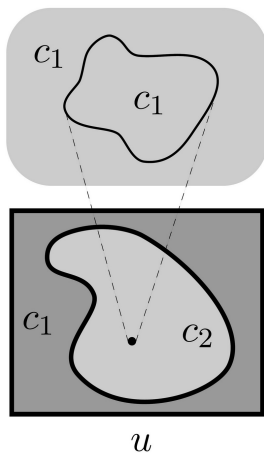
$$\mathcal{J}(\varphi) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \mathbb{K} \nabla \varphi \cdot \nabla \varphi \, d\Omega + \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\varphi - (v_0 - u))^2 \, d\Omega, \quad (23)$$

com $\mathbb{K} = k_0 \mathbb{I}$ (tensor de difusividade isotrópico e homogêneo).

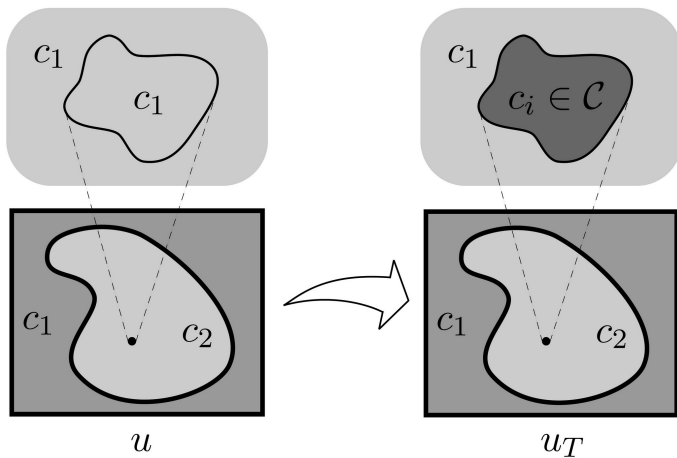
- A imagem segmentada u assume valores $c_i \in \mathcal{C} := \{c_i \in \mathbb{R} : i = 1 \dots Nc\}$.
- φ é a solução do problema variacional: Encontre $\varphi \in H^1(\Omega)$ tal que

$$\int_{\Omega} \mathbb{K} \nabla \varphi \cdot \nabla \eta \, d\Omega + \int_{\Omega} \varphi \eta \, d\Omega = \beta \int_{\Omega} (v_0 - u) \eta \, d\Omega. \quad (24)$$

Perturbação



Perturbação



Cálculo da D_T

- A função custo perturbada é escrita como

$$\mathcal{J}_\epsilon(\varphi_\epsilon) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \mathbb{K} \nabla \varphi_\epsilon \cdot \nabla \varphi_\epsilon \, d\Omega + \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\varphi_\epsilon - (v_0 - u_T))^2 \, d\Omega, \quad (23)$$

onde o campo φ_ϵ é a solução do problema variacional perturbado.

Cálculo da D_T

- A função custo perturbada é escrita como

$$\mathcal{J}_\epsilon(\varphi_\epsilon) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \mathbb{K} \nabla \varphi_\epsilon \cdot \nabla \varphi_\epsilon \, d\Omega + \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\varphi_\epsilon - (v_0 - u_T))^2 \, d\Omega, \quad (23)$$

onde o campo φ_ϵ é a solução do problema variacional perturbado.

- Usando o *Topological-Shape Sensitivity Method*, a derivada topológica para este problema foi computada

$$\begin{aligned} D_T(\hat{x}) &= \frac{1}{2} (c_i - u) [(\varphi(\hat{x}) - (v_0 - u)) + (\varphi(\hat{x}) - (v_0 - c_i)) + \\ &+ 2(1 - \beta) \varphi(\hat{x})] \quad \forall \hat{x} \in \Omega. \end{aligned} \quad (24)$$

Algoritmo de segmentação contínuo

Algoritmo 3

- **Entrada:** Uma imagem de entrada $v_0 \in \mathcal{V}$, o conjunto $\mathcal{C}$, uma segmentação inicial qualquer $u \in \mathcal{U}$, o campo tensorial de difusividade $\mathbb{K}$ e os parâmetros β e $\alpha \in (0, 1)$.
- **Saída:** A imagem segmentada $u^* \in \mathcal{U}$.
- **Algoritmo:**
 - while $D_{TMIN} < 0$
 - achar a solução do problema variacional (24) para obter φ^h ,
 - calcular $\widehat{D}_T$ e $\widehat{c}_i$ no centro de cada elemento da imagem s (pontos nodais dos elementos finitos)
 - avaliar $D_{TMIN} = \min_s \{\widehat{D}_T(s), \widehat{D}_T(s) < 0\}$
 - em cada elemento da imagem s escolher $u(s) = \widehat{c}_i$ se $\widehat{D}_T(s) \leq \alpha D_{TMIN}$
 - $u^* = u$

Sendo

$$\mathcal{M}_\alpha := \{D_T(s) \quad : \quad D_T(s) < 0 \text{ e } D_T(s) \text{ se encontra nos } \alpha \text{ mais negativos valores de } D_T\}.$$

Algoritmo de segmentação contínuo

É possível construir um algoritmo discreto baseado na derivada topológica, sem perda de qualidade e de menor custo computacional?.

S_{D_T} - Discreto

- Considerando $\beta = 0$ em Eq. (24) obtém-se que $\varphi \equiv 0$ para qualquer imagem segmentada $u \in \mathcal{U}$. Neste caso a função custo fica

$$\mathcal{J}(u) = \int_{\Omega} (v_0 - u)^2 d\Omega. \quad (25)$$

S_{D_T} - Discreto

- Considerando $\beta = 0$ em Eq. (24) obtém-se que $\varphi \equiv 0$ para qualquer imagem segmentada $u \in \mathcal{U}$. Neste caso a função custo fica

$$\mathcal{J}(u) = \int_{\Omega} (v_0 - u)^2 d\Omega. \quad (25)$$

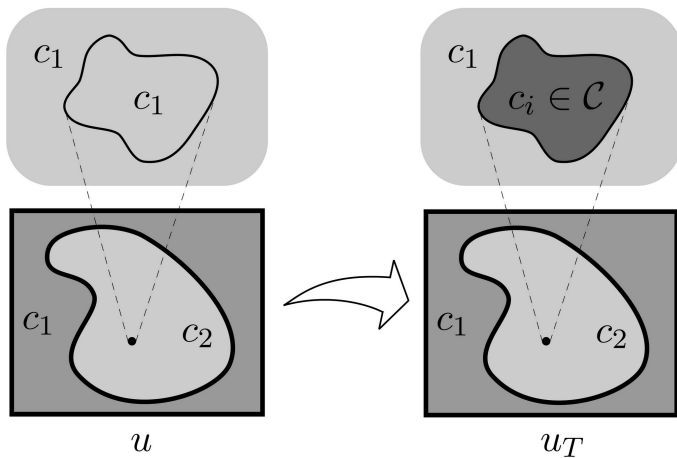
- A seguinte função custo é adotada

$$\mathcal{F}^d(u^s) = \theta \mathcal{J}^d(u^s) + (1 - \theta) \mathcal{B}^d(u^s), \quad \text{com } \theta \in (0, 1] \subset \mathbb{R}, \quad (26)$$

- Estes termos tomam a forma

$$\begin{aligned} \mathcal{J}^d(u^s) &= \sum_s (v_0^s - u^s)^2 \quad \text{e} \\ \mathcal{B}^d(u^s) &= \frac{1}{4n} \sum_s \sum_{p=\{n,s,e,w\}} \chi(u^s, u^p). \end{aligned} \quad (27)$$

Perturbação



Cálculo da D_T

- A função custo perturbada pode ser escrita como

$$\mathcal{F}^d(u_T^s) = \theta \mathcal{J}^d(u_T^s) + (1 - \theta) \mathcal{B}^d(u_T^s). \quad (28)$$

- A variação total do funcional $\mathcal{F}^d$ será denotada como D_T e é dada pela diferença $\mathcal{F}^d(u_T^s) - \mathcal{F}^d(u^s)$, seja

$$\begin{aligned} D_T(u_T^s) &= \theta \left[(v_0^s - u_T^s)^2 - (v_0^s - u^s)^2 \right] \\ &+ (1 - \theta) \frac{1}{4n} \sum_{p=\{w,e,n,s\}} [\chi(u_T^s, u^p) - \chi(u^s, u^p)] \\ &\text{for } u_T^s = c_i, i = 1 \cdots Nc. \end{aligned} \quad (29)$$

Algoritmo de segmentação discreto

Algoritmo 4

- **Entrada:** Uma imagem de entrada $v_0 \in \mathcal{V}$, o conjunto de classes $\mathcal{C}$, uma segmentação inicial $u \in \mathcal{U}$ e os parâmetros θ e $\alpha \in (0, 1)$.
- **Saída:** A imagem segmentada $u^* \in \mathcal{U}$.
- **Algoritmo:**
 - normalizar a imagem v_0 e os valores das classes ao intervalo $[0; 1]$
 - while $D_{TMIN} < 0$
 - calcular $\widehat{D}_T(s)$ e $\widehat{c}_i$ em cada elemento s da imagem
 - avaliar $D_{TMIN} = \min_s \{\widehat{D}_T(s); \widehat{D}_T(s) < 0\}$
 - em cada elemento s da imagem escolher $u^s = \widehat{c}_i$ se $\widehat{D}_T(s) \leq \alpha D_{TMIN}$
 - $u^* = u$

Sendo

$$\mathcal{M}_\alpha := \{D_T(s) \quad : \quad D_T(s) < 0 \text{ e } D_T(s) \text{ se encontra nos } \alpha \quad (30)$$

mais negativos valores de $D_T\}$.

Algoritmo de otimização das classes

Algoritmo de otimização das classes

Algoritmo 5

- **Entrada:** Uma imagem de entrada $v_0 \in \mathcal{V}$, o conjunto $\mathcal{C}$ e a imagem segmentada na iteração i , $u \in \mathcal{U}$.
- **Saída:** O novo conjunto de classes $\mathcal{C}^*$.
- **Algoritmo:**
- $\mathcal{C}^* = []$
- for $c \in \mathcal{C}$
 - for $i = -1$ a 1
 - escolher $\mathcal{C}^i = (\mathcal{C} - \{c\}) \cup \{c + i\}$
 - criar u^i fazendo em u a substituição $\mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C}^i$
 - calcular $j^i = \mathcal{J}(u^i)$
 - $c^{min} = c + i$ sendo $i = \min_i(j^i)$
- $\mathcal{C}^* = \mathcal{C}^* \cup c^{min}$

Comparação com outros métodos - Índices

- **Índice Tanimoto:** Este índice é dado por

$$I(A_1, A_2) = \frac{n(A_1 \cap A_2)}{n(A_1 \cup A_2)}. \quad (31)$$

- **Índice Overlap:** É definido como

$$O(A_1, A_2) = 2 \cdot \frac{n(A_1 \cap A_2)}{n(A_1) + n(A_2)}. \quad (32)$$

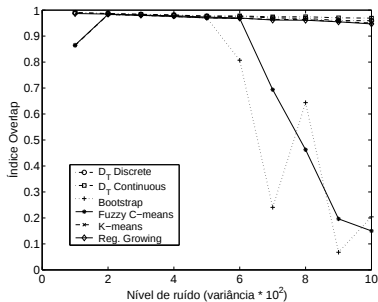


- **Desvio do dentro de massa (MCD):** É calculado como a distância desde o centro de massa exato de uma região particular e a correspondente região na imagem segmentada.
- **Distância entre as bordas (DBB):** Este índice é dado por

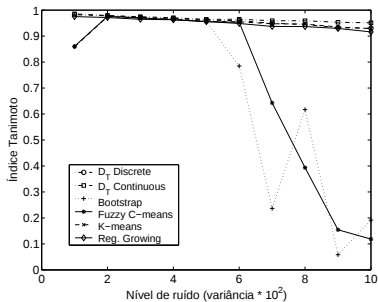
$$D(C_1, C_2) = \frac{\sum_{i=1}^{np1} d(x_1^i, C_2) + \sum_{i=1}^{np2} d(x_2^i, C_1)}{(np1 + np2)} \quad (33)$$

onde $d(x, C)$ significa a distância (em pixels) do ponto x a curva C , C_1 e C_2 são as bordas da imagem original e segmentada respectivamente, x_1^i e x_2^i são pontos arbitrários nas bordas C_1 e C_2 , finalmente $np1$ e $np2$ são os números de pontos que caracterizam os respectivos contornos.

Comparação com outros métodos - Intensidade de ruído



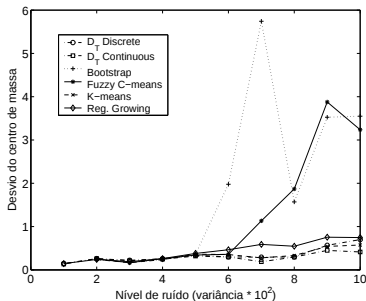
(b) Índice Overlap.



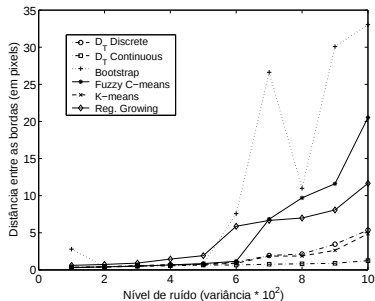
(c) Índice Tanimoto.

Figura: Variância variando entre 0.01 e 0.1 em passos de 0.01 (para imagens normalizadas ao intervalo $[0, 1]$). Em todos os gráficos a coordenada y corresponde a valor do índice e a coordenada x ao valor da variância.

Comparação com outros métodos - Intensidade de ruído



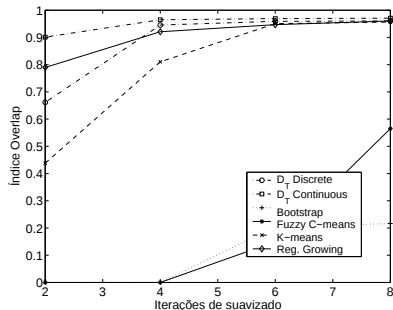
(a) Desvio do centro de massa.



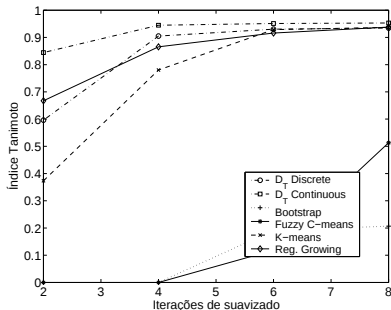
(b) Distância entre as bordas.

Figura: Variância variando entre 0.01 e 0.1 em passos de 0.01 (para imagens normalizadas ao intervalo $[0, 1]$). Em todos os gráficos a coordenada y corresponde a valor do índice e a coordenada x ao valor da variância.

Comparação com outros métodos - Iterações de suavizado



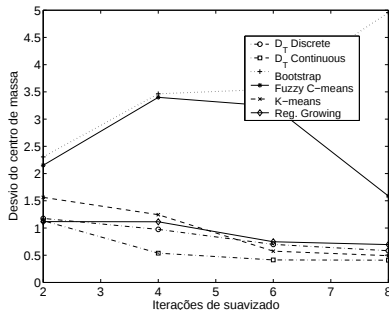
(a) Índice Overlap.



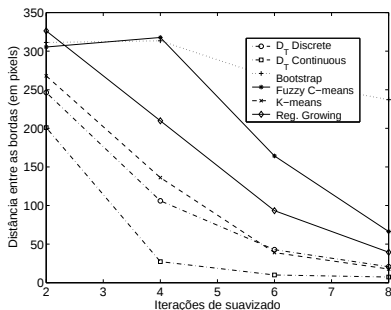
(b) Índice Tanimoto.

Figura: Índice vs. número de iterações de suavizado para imagens TCn10-s02 a TCn10-s08.

Comparação com outros métodos - Iterações de suavizado



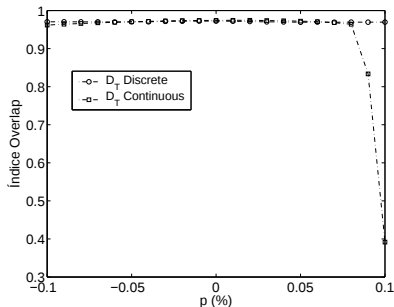
(a) Desvio do centro de massa.



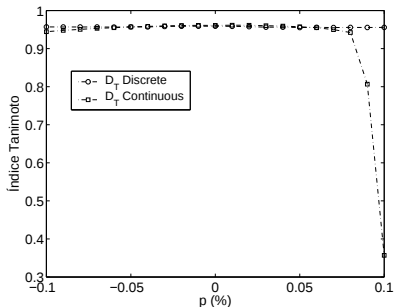
(b) Distância entre as bordas.

Figura: Índice vs. número de iterações de suavizado para imagens TCn10-s02 a TCn10-s08.

Comparação com outros métodos - Erro nas classes com otimização



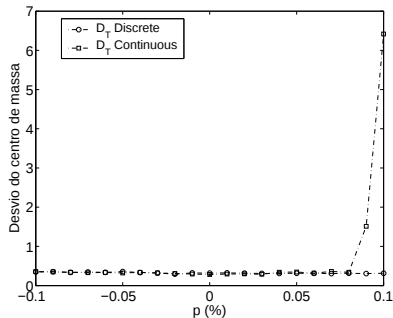
(a) Índice Overlap.



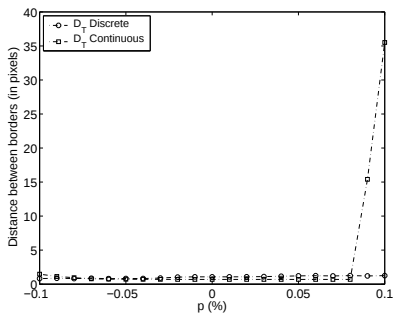
(b) Índice Tanimoto.

Figura: Índices como função de p sendo c_2 a classe perturbada para o caso TCn05. O valor da classe c_2 é otimizado utilizando o Algoritmo descrito.

Comparação com outros métodos - Erro nas classes com otimização



(a) Desvio do centro de massa.



(b) Distância entre as bordas.

Figura: Índices como função de p sendo c_2 a classe perturbada para o caso TCn05. O valor da classe c_2 é otimizado utilizando o Algoritmo descrito.

Imagens médicas - Artéria carótida CT

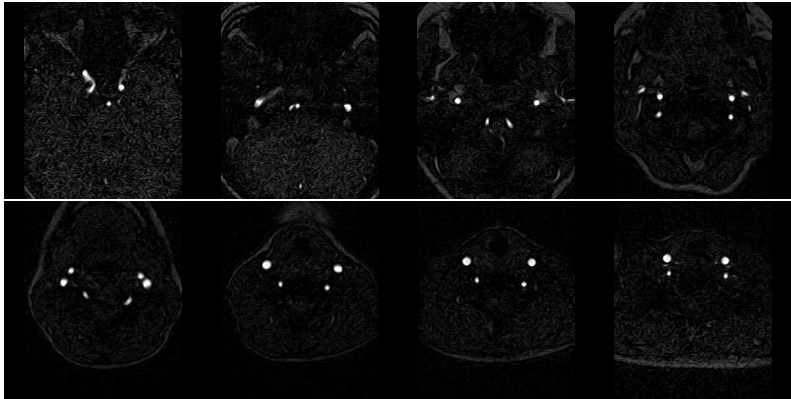
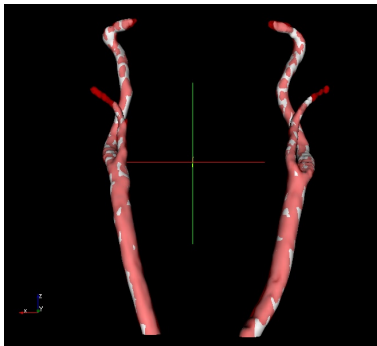
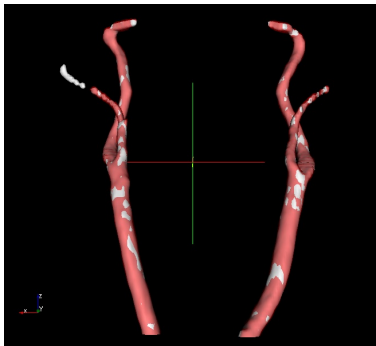


Figura: Imagem CT (8 de um total de 90 planos).

Imagens médicas - Artéria carótida CTA



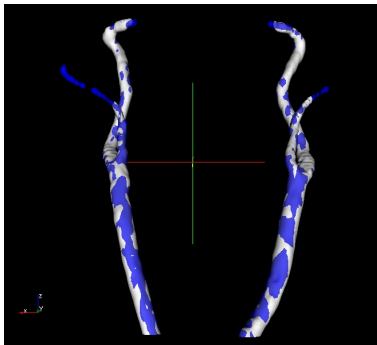
(a) Comparação entre os métodos S_{D_T} -Continuous (v) e S_{D_T} -Discrete (b).



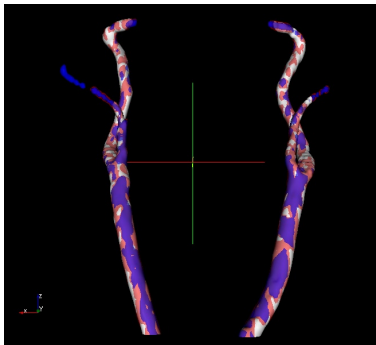
(b) Comparação entre os métodos S_{D_T} -Continuous (v) e S_{D_T} -Discrete 3D (b).

Figura: Reconstrução 3D para resultados correspondentes aos métodos S_{D_T} (v = vermelho, a = azul e b = branco).

Imagens médicas - Artéria carótida CTA



(a) Comparação entre os métodos S_{D_T} -Discrete (b) e S_{D_T} -Discrete 3D (a).



(b) S_{D_T} -Continuous (v), S_{D_T} -Discrete (b) e S_{D_T} -Discrete 3D (a).

Figura: Reconstrução 3D para resultados correspondentes aos métodos S_{D_T} (v = vermelho, a = azul e b = branco).

Imagens médicas - Artéria carótida CTA

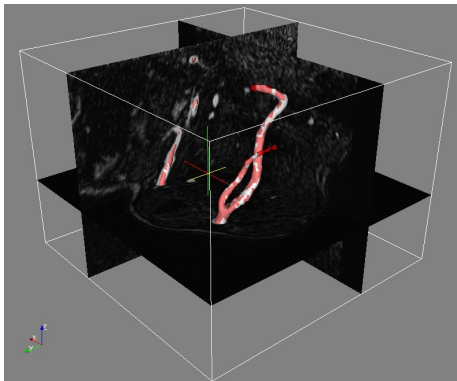
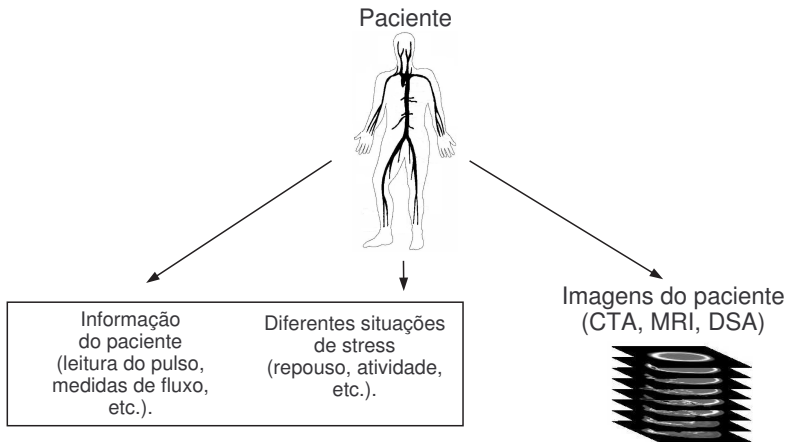


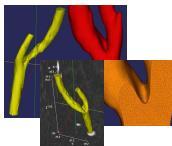
Figura: Medical image - CTA - Carotid artery - D_T Discrete (b) and Continuous (v).

Modelagem do Sistema Cardiovascular Humano



Modelagem do Sistema Cardiovascular Humano

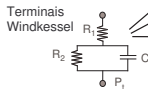
Modelos Multidimensionais



Geometrias 3D
+
propriedades
mécnicas



Curva
coração



Solução
Numérica

Análise de resultados

Visualização Científica + Índices

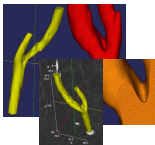
Treinamento

Avaliação de
risco

Planejamento
cirúrgico

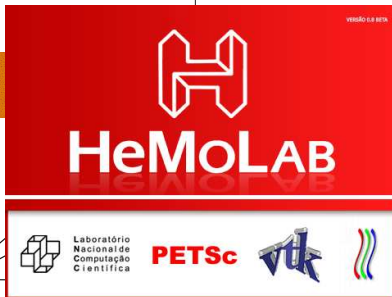
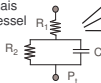
Modelagem do Sistema Cardiovascular Humano

Modelos Multidimensionais



Geometrias 3D
+
propriedades
mécnicas

Terminais
Windkessel



e resultados

+ Índices

inamento

Planejamento
cirúrgico

Quais são as ferramentas necessárias?

- Edição da topologia do sistema arterial 1D e de propriedades geométricas e mecânicas dos segmentos arteriais constituintes.
- Calibração de modelos 0D (Windkessel) para a representação dos leitos periféricos do sistema arterial que não são incorporadas na árvore arterial 1D (artérias menores, arteríolas e vasos capilares).
- Acoplamentos em bifurcações e/ou discontinuidades existentes na árvore 1D.
- Processamento de imagens - restauração e segmentação.
- Geração e refinamento de malhas de elementos finitos 3D.
- Acoplamentos entre diferentes modelos (1D/3D) se necessário.
- Obtenção de soluções numéricas das equações transientes não lineares que governam o problema, possibilitando a resolução utilizando computação distribuída.
- Visualização e análise de resultados (visualização científica).

Quais são as ferramentas necessárias?

- Edição da topologia do sistema arterial 1D e de propriedades geométricas e mecânicas dos segmentos arteriais constituintes.
- Calibração de modelos 0D (Windkessel) para a representação dos leitos periféricos do sistema arterial que não são incorporadas na árvore arterial 1D (artérias menores, arteríolas e vasos capilares).
- Acoplamentos em bifurcações e/ou discontinuidades existentes na árvore 1D.
- **Processamento de imagens - restauração e segmentação.**
- Geração e refinamento de malhas de elementos finitos 3D.
- Acoplamentos entre diferentes modelos (1D/3D) se necessário.
- Obtenção de soluções numéricas das equações transientes não lineares que governam o problema, possibilitando a resolução utilizando computação distribuída.
- Visualização e análise de resultados (visualização científica).

Quais são as ferramentas necessárias?

- Edição da topologia do sistema arterial 1D e de propriedades geométricas e mecânicas dos segmentos arteriais constituintes.
- Calibração de modelos 0D (Windkessel) para a representação dos leitos periféricos do sistema arterial que não são incorporadas na árvore arterial 1D (artérias menores, arteríolas e vasos capilares).
- Acoplamentos em bifurcações e/ou discontinuidades existentes na árvore 1D.
- Processamento de imagens - restauração e segmentação.
- **Geração e refinamento de malhas de elementos finitos 3D.**
- Acoplamentos entre diferentes modelos (1D/3D) se necessário.
- Obtenção de soluções numéricas das equações transientes não lineares que governam o problema, possibilitando a resolução utilizando computação distribuída.
- Visualização e análise de resultados (visualização científica).

Quais são as ferramentas necessárias?

- Edição da topologia do sistema arterial 1D e de propriedades geométricas e mecânicas dos segmentos arteriais constituintes.
- Calibração de modelos 0D (Windkessel) para a representação dos leitos periféricos do sistema arterial que não são incorporadas na árvore arterial 1D (artérias menores, arteríolas e vasos capilares).
- Acoplamentos em bifurcações e/ou descontinuidades existentes na árvore 1D.
- Processamento de imagens - restauração e segmentação.
- Geração e refinamento de malhas de elementos finitos 3D.
- **Acoplamentos entre diferentes modelos (1D/3D) se necessário.**
- Obtenção de soluções numéricas das equações transientes não lineares que governam o problema, possibilitando a resolução utilizando computação distribuída.
- Visualização e análise de resultados (visualização científica).

Quais são as ferramentas necessárias?

- Edição da topologia do sistema arterial 1D e de propriedades geométricas e mecânicas dos segmentos arteriais constituintes.
- Calibração de modelos 0D (Windkessel) para a representação dos leitos periféricos do sistema arterial que não são incorporadas na árvore arterial 1D (artérias menores, arteríolas e vasos capilares).
- Acoplamentos em bifurcações e/ou discontinuidades existentes na árvore 1D.
- Processamento de imagens - restauração e segmentação.
- Geração e refinamento de malhas de elementos finitos 3D.
- Acoplamentos entre diferentes modelos (1D/3D) se necessário.
- Obtenção de soluções numéricas das equações transientes não lineares que governam o problema, possibilitando a resolução utilizando computação distribuída.
- Visualização e análise de resultados (visualização científica).

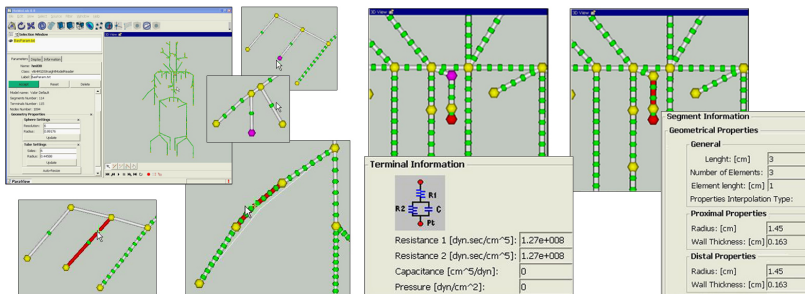
Quais são as ferramentas necessárias?

- Edição da topologia do sistema arterial 1D e de propriedades geométricas e mecânicas dos segmentos arteriais constituintes.
- Calibração de modelos 0D (Windkessel) para a representação dos leitos periféricos do sistema arterial que não são incorporadas na árvore arterial 1D (artérias menores, arteríolas e vasos capilares).
- Acoplamentos em bifurcações e/ou descontinuidades existentes na árvore 1D.
- Processamento de imagens - restauração e segmentação.
- Geração e refinamento de malhas de elementos finitos 3D.
- Acoplamentos entre diferentes modelos (1D/3D) se necessário.
- Obtenção de soluções numéricas das equações transientes não lineares que governam o problema, possibilitando a resolução utilizando computação distribuída.
- **Visualização e análise de resultados (visualização científica).**

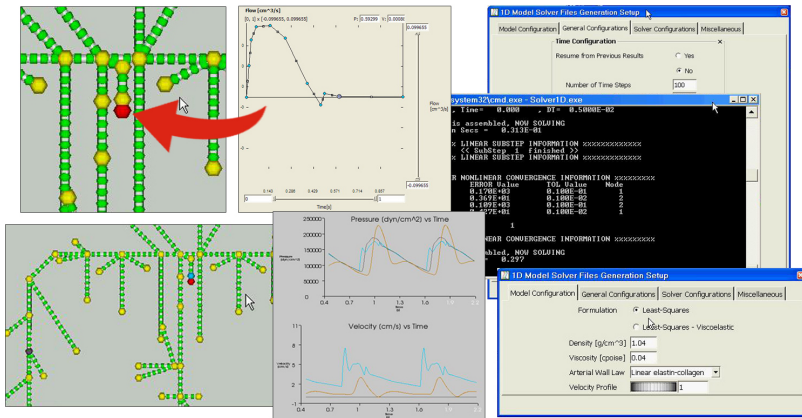
Quais são as ferramentas necessárias?

- Edição da topologia do sistema arterial 1D e de propriedades geométricas e mecânicas dos segmentos arteriais constituintes.
- Calibração de modelos 0D (Windkessel) para a representação dos leitos periféricos do sistema arterial que não são incorporadas na árvore arterial 1D (artérias menores, arteríolas e vasos capilares).
- Acoplamentos em bifurcações e/ou discontinuidades existentes na árvore 1D.
- Processamento de imagens - restauração e segmentação.
- Geração e refinamento de malhas de elementos finitos 3D.
- Acoplamentos entre diferentes modelos (1D/3D) se necessário.
- Obtenção de soluções numéricas das equações transientes não lineares que governam o problema, possibilitando a resolução utilizando computação distribuída.
- Visualização e análise de resultados (visualização científica).

Modelos 1D



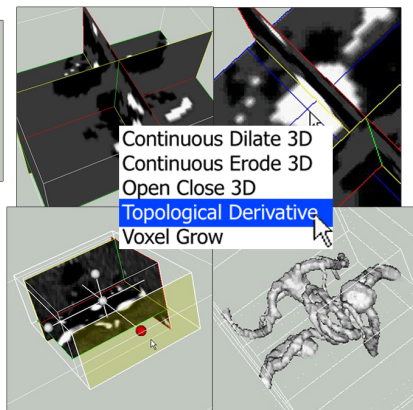
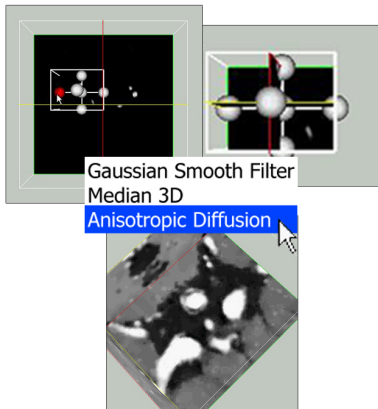
Modelos 1D



Quais são as ferramentas necessárias?

- Edição da topologia do sistema arterial 1D e de propriedades geométricas e mecânicas dos segmentos arteriais constituintes.
- Calibração de modelos 0D (Windkessel) para a representação dos leitos periféricos do sistema arterial que não são incorporadas na árvore arterial 1D (artérias menores, arteríolas e vasos capilares).
- Acoplamentos em bifurcações e/ou discontinuidades existentes na árvore 1D.
- **Processamento de imagens - restauração e segmentação.**
- Geração e refinamento de malhas de elementos finitos 3D.
- Acoplamentos entre diferentes modelos (1D/3D) se necessário.
- Obtenção de soluções numéricas das equações transientes não lineares que governam o problema, possibilitando a resolução utilizando computação distribuída.
- Visualização e análise de resultados (visualização científica).

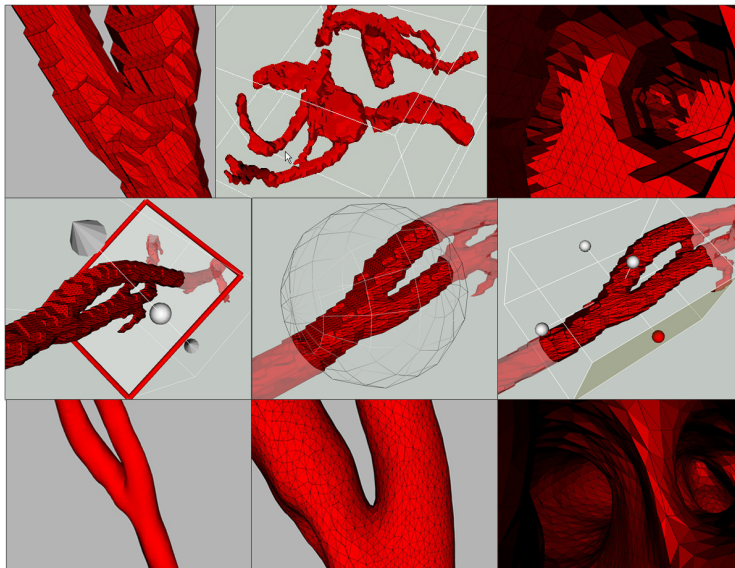
Processamento de imagens



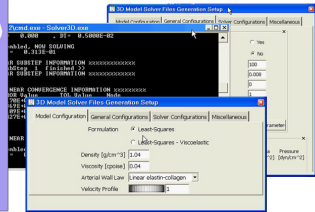
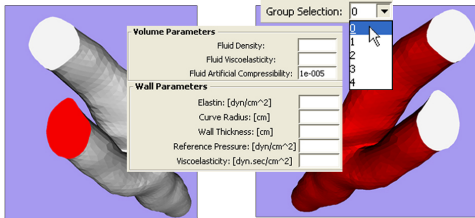
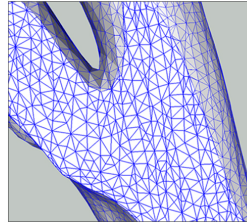
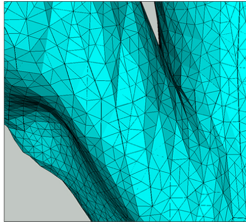
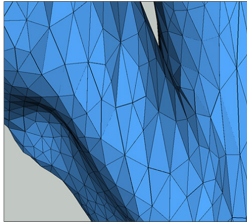
Quais são as ferramentas necessárias?

- Edição da topologia do sistema arterial 1D e de propriedades geométricas e mecânicas dos segmentos arteriais constituintes.
- Calibração de modelos 0D (Windkessel) para a representação dos leitos periféricos do sistema arterial que não são incorporadas na árvore arterial 1D (artérias menores, arteríolas e vasos capilares).
- Acoplamentos em bifurcações e/ou discontinuidades existentes na árvore 1D.
- Processamento de imagens - restauração e segmentação.
- **Geração e refinamento de malhas de elementos finitos 3D.**
- Acoplamentos entre diferentes modelos (1D/3D) se necessário.
- Obtenção de soluções numéricas das equações transientes não lineares que governam o problema, possibilitando a resolução utilizando computação distribuída.
- Visualização e análise de resultados (visualização científica).

Modelos 3D



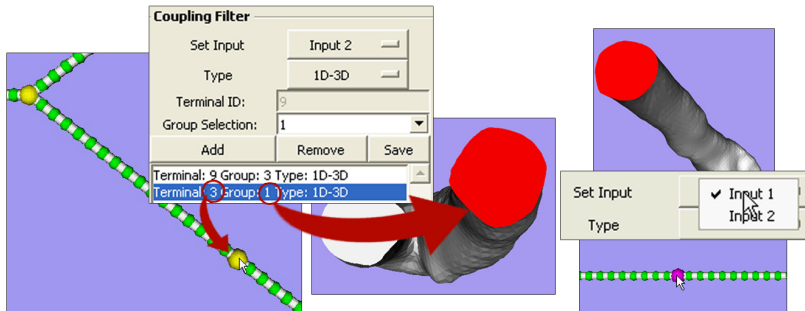
Modelos 3D



Quais são as ferramentas necessárias?

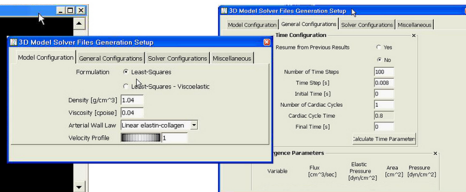
- Edição da topologia do sistema arterial 1D e de propriedades geométricas e mecânicas dos segmentos arteriais constituintes.
- Calibração de modelos 0D (Windkessel) para a representação dos leitos periféricos do sistema arterial que não são incorporadas na árvore arterial 1D (artérias menores, arteríolas e vasos capilares).
- Acoplamentos em bifurcações e/ou discontinuidades existentes na árvore 1D.
- Processamento de imagens - restauração e segmentação.
- Geração e refinamento de malhas de elementos finitos 3D.
- **Acoplamentos entre diferentes modelos (1D/3D) se necessário.**
- Obtenção de soluções numéricas das equações transientes não lineares que governam o problema, possibilitando a resolução utilizando computação distribuída.
- Visualização e análise de resultados (visualização científica).

Acoplamento



```

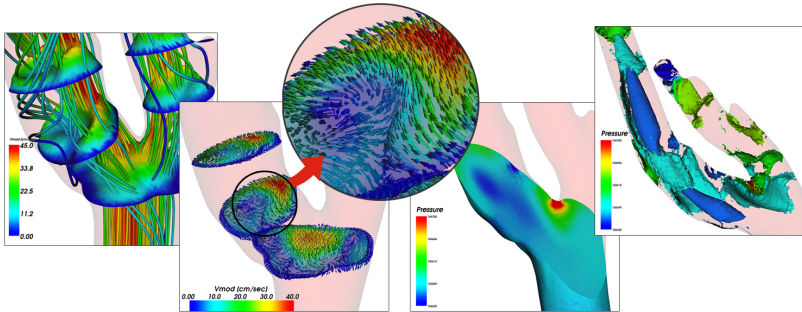
C:\WINDOWS\system32\cmd.exe - Solver3D.exe
Step= 1, Time= 0.000 , DT= 0.5000E-02
System Matrix is assembled, NOW SOLVING
Elapsed Time in Secs = 0.313E-01
***** LINEAR SUBSTEP INFORMATION *****
<< SubStep 1 finished >>
***** LINEAR SUBSTEP INFORMATION *****
***** OUTER NONLINEAR CONVERGENCE INFORMATION *****
DOP Name ERROR Value TOL Value Mode
Caudal 0.170E+03 0.100E-01 1
Pt 0.367E+01 0.100E-02 2
Area 0.109E+03 0.100E-01 2
Preslin 0.427E+01 0.100E-02 1
Nonlinear ITER = 1
***** OUTER NONLINEAR CONVERGENCE INFORMATION *****
System Matrix is assembled, NOW SOLVING
Elapsed Time in Secs = 0.297
  
```



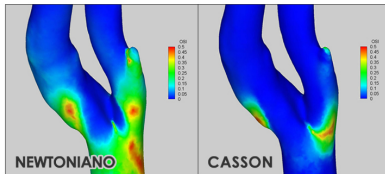
Quais são as ferramentas necessárias?

- Edição da topologia do sistema arterial 1D e de propriedades geométricas e mecânicas dos segmentos arteriais constituintes.
- Calibração de modelos 0D (Windkessel) para a representação dos leitos periféricos do sistema arterial que não são incorporadas na árvore arterial 1D (artérias menores, arteríolas e vasos capilares).
- Acoplamentos em bifurcações e/ou descontinuidades existentes na árvore 1D.
- Processamento de imagens - restauração e segmentação.
- Geração e refinamento de malhas de elementos finitos 3D.
- Acoplamentos entre diferentes modelos (1D/3D) se necessário.
- Obtenção de soluções numéricas das equações transientes não lineares que governam o problema, possibilitando a resolução utilizando computação distribuída.
- **Visualização e análise de resultados (visualização científica).**

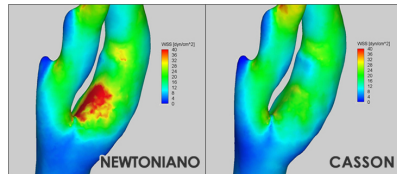
Análise de resultados



OSI (OSCILLATING SHEAR STRESS INDEX)



WSS (WALL SHEAR STRESS)

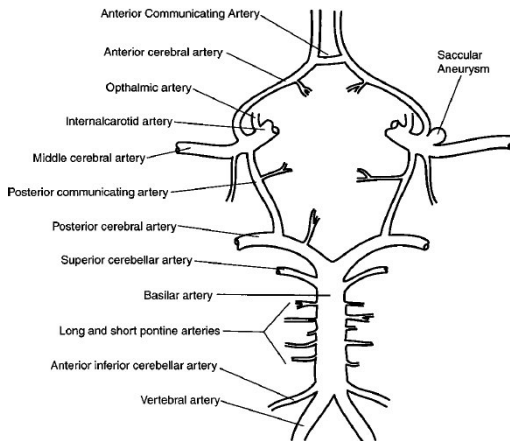


Exemplos - Aneurismas

Aneurismas Cerebrais

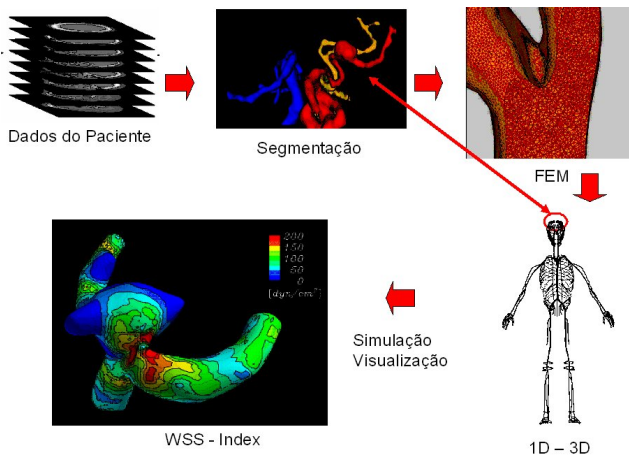
- Aproximadamente 70% das hemorragias subaracnoideas são causadas pela rotura de aneurismas "sacular", isto é aneurismas em forma de saco que acontecem em arteriais cerebrais relativamente grandes. Por sua vez 30% – 50% dos pacientes morrem após o primeiro ataque.
- Por tanto é **importante distinguir** aneurismas com alto risco de ruptura dos aneurismas com baixo risco.

Exemplos - Aneurismas



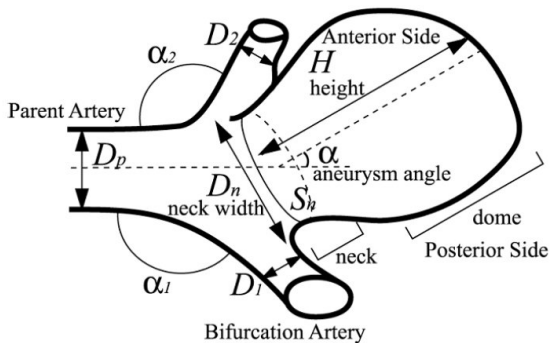
Polígono de Willis: artérias principais e aneurisma sacular

Exemplos - Aneurismas

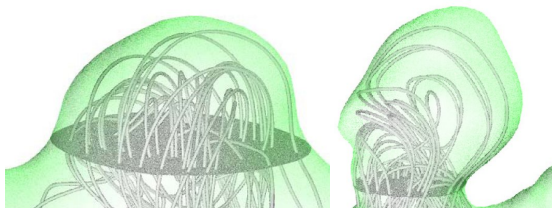


Aneurismas - Simulação Computacional

- Estes aneurismas apresentam uma forma geral como a descrita na figura.



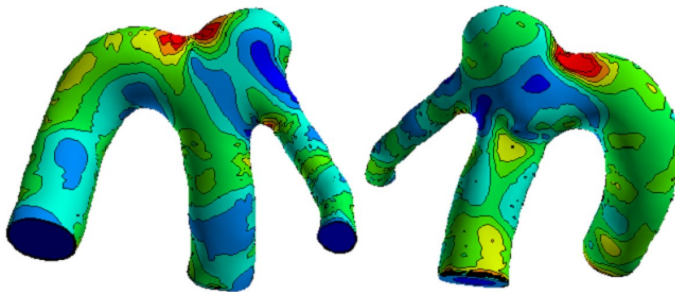
Aneurismas - Simulação Computacional



Aneurismas $AR < 1.6$ e $AR > 1.6$

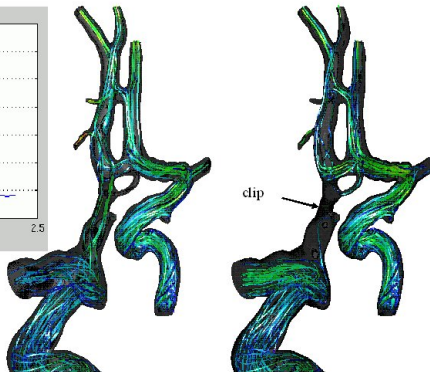
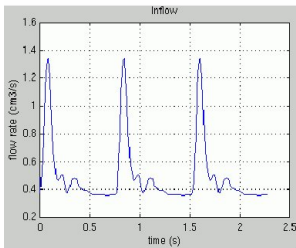
Aneurismas - Simulação Computacional - Influencia da forma

- A dependência do comportamento hemodinâmico com a **forma do aneurisma** se reflete nas tensões cisalhantes nas paredes do aneurisma (WSS).



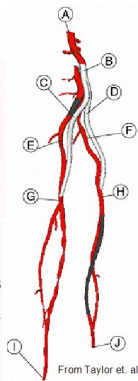
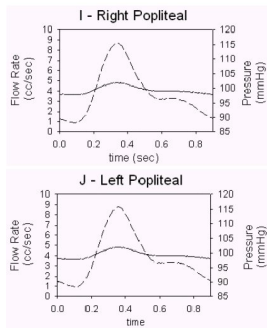
WSS para um aneurisma com $AR < 1.6$

Planejamento cirúrgico - Clip



Planejamento cirúrgico - Bypass

Planejamento Cirúrgico Paciente Específico



Contribuições deste trabalho

► Próximo

Contribuições deste trabalho

- Uso da derivada topológica em processamento de imagens:

► Próximo

Contribuições deste trabalho

- Uso da derivada topológica em processamento de imagens:
 - Restauração.
 - Segmentação.

► Próximo

Contribuições deste trabalho

- Uso da derivada topológica em processamento de imagens:
 - Restauração.
 - Segmentação.
- HeMoLab - Laboratório de Modelagem em Hemodinâmica.

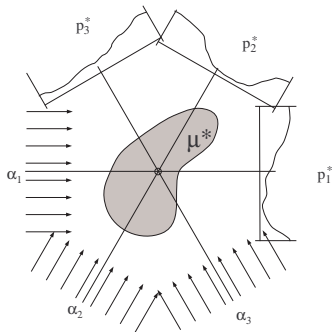
► Próximo

Contribuições deste trabalho

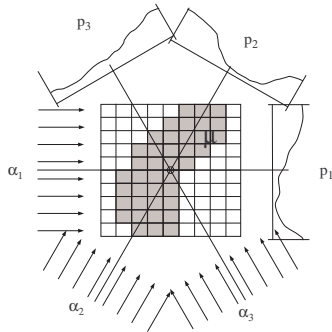
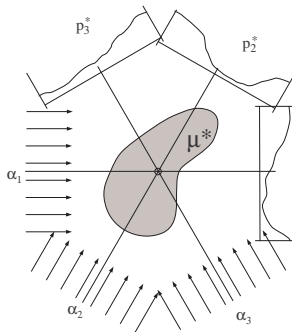
- Uso da derivada topológica em processamento de imagens:
 - Restauração.
 - Segmentação.
 - Reconstrução. [▶ Novo!](#)
- HeMoLab - Laboratório de Modelagem em Hemodinâmica.

[▶▶ Proximo](#)

Reconstrução de imagens



Reconstrução de imagens



Forma matricial $\rightarrow \mathbf{p} = \boldsymbol{\alpha} - \mathbf{K}\boldsymbol{\mu}$.

Função custo

- Distância entre $\mathbf{p}^*$ e $\mathbf{p}$

$$\begin{aligned}\Psi(\boldsymbol{\mu}) &= \|\mathbf{p}^* - \mathbf{p}\|^2, \\ &= \|\mathbf{p}^* - (\boldsymbol{\alpha} - \mathbf{K}\boldsymbol{\mu})\|^2.\end{aligned}\tag{34}$$

- O gradiente topológico por

$$\mathbf{g}_\Psi = 2\mathbf{K}^T(\mathbf{p}^* - (\boldsymbol{\alpha} - \mathbf{K}\boldsymbol{\mu})).\tag{35}$$

Algoritmo de reconstrução

Algoritmo 6

- **Entrada:** Dados reais $\mathbf{p}^*$, matriz $\mathbf{K}$, tamanho de passo $\delta\boldsymbol{\mu}$ e tol .
- **Saída:** Imagem reconstruída $\boldsymbol{\mu}$.
- **Algoritmo:**
 - fazer $\boldsymbol{\mu}^0 = \mathbf{0}$, $t = 0$, Parar = FALSE
 - while Parar = FALSE
 - calcular $\mathbf{g}\Psi$
 - for cada célula i
 - if $g_i\Psi < 0$ then $\mu_i^{t+1} = \mu_i^t + \delta\mu_i$
 - else $\mu_i^{t+1} = \mu_i^t - \delta\mu_i$
 - if $|\Psi(\boldsymbol{\mu}^t) - \Psi(\boldsymbol{\mu}^{t+1})| > tol$ then $t = t + 1$
 - else Parar = TRUE, $\boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu}^t$

Resultados



Figura: Imagem reconstruída.

Resultados

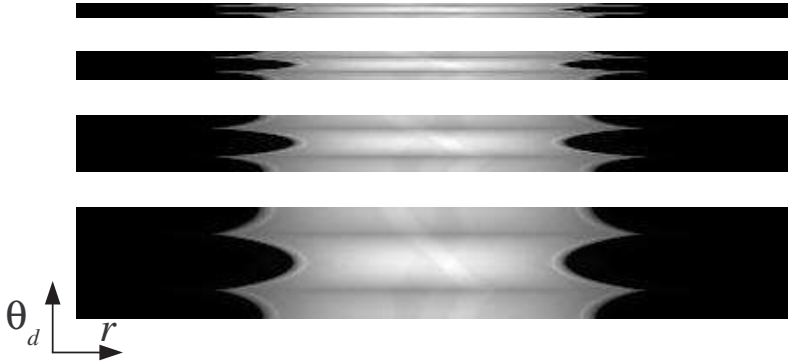


Figura: Dados de entrada.

Resultados

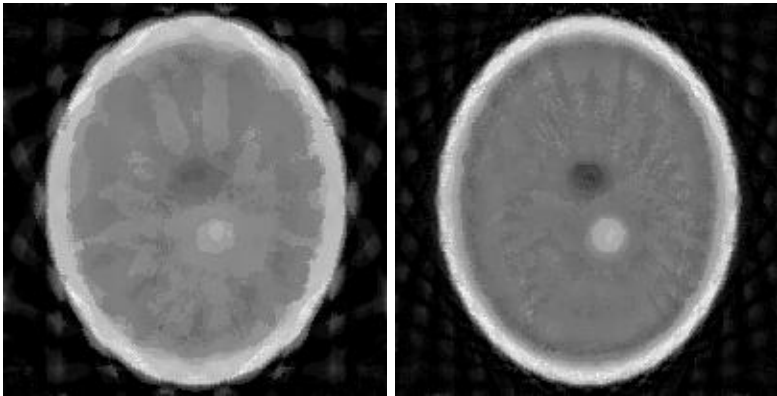


Figura: Reconstrução para 8 e 16 direções.

Resultados

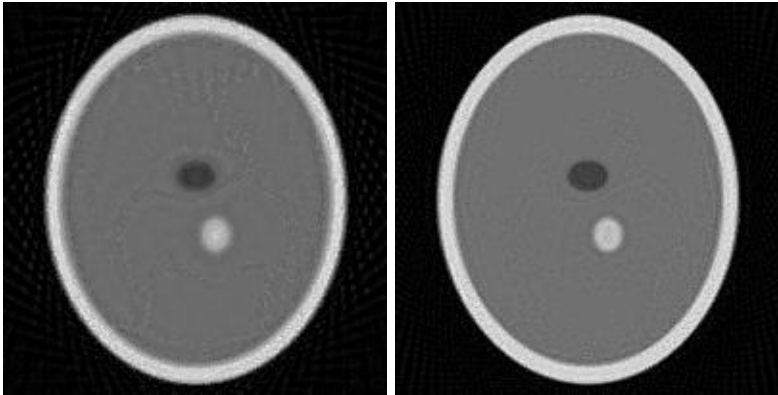


Figura: Reconstrução para 32 e 64 direções.

Resultados

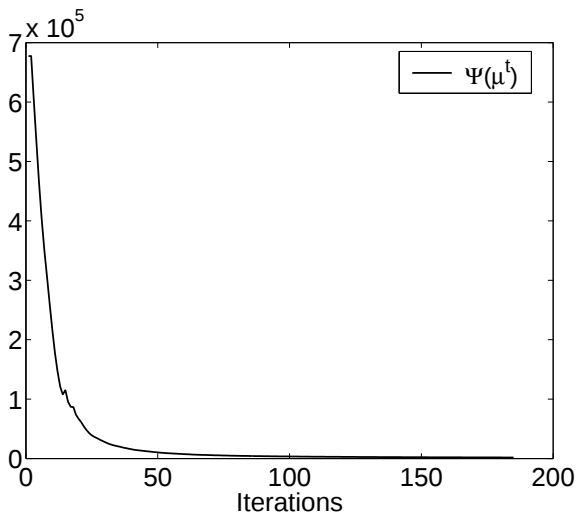


Figura: Função custo.

Contribuições

Os temas apresentados neste trabalho foram apresentados em congressos e revistas internacionais.

● Revistas:



[1] I. Larrabide, R. A. Feijóo, A. A. Novotny and E. A. Taroco. Topological Derivative: A Tool for Image Processing. *Computers & Structures - An International Journal*. Editors: K. J. Bathe & B. H. V. Topping. Guest Editor for the Special Issue: C. A. Mota Soares, M. Bendsoe, K. K. Choi and J. Herskovits. Accepted for publication - December 2006.



[2] I. Larrabide, A. A. Novotny, M. Masmoudi, R. A. Feijóo and E. A. Taroco. Topological Derivative as a Tool for Image Processing - Part I: Image Segmentation. *IEEE Transactions in Image Processing*. Submitted - December 2006.

● Congressos:



[3] I. Larrabide, A. A. Novotny, R. A. Feijóo, and E. Taroco. A medical image enhancement algorithm based on topological derivative and anisotropic diffusion. In *Proceedings of the XXVI Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering - CILAMCE 2005* - Guarapari, Espírito Santo, Brazil, 2005.



[4] I. Larrabide, R. A. Feijóo, A. A. Novotny, E. Taroco and M. Masmoudi. An Image Segmentation Method Based on a Discrete Version of the Topological Derivative. www.wcsmo6.org. *WCSMO6 - 6th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization*, Rio de Janeiro, Brazil, 30th May-03rd June 2005.

Contribuições



[5] I. Larrabide, P. J. Blanco, S. A. Urquiza and R. A. Feijóo. Sensitivity of Blood Flow in Stenosed Carotid Bifurcation. *II International Conference on Computational Bioengineering*. H. Rodrigues et al. (Eds.). pp:663-674. Lisbon, Portugal, 14th-16th September, 2005.



[6] I. Larrabide, R. A. Feijóo, E. Taroco, A. Novotny. Configurational Derivative As a Tool for Image Segmentation. *Proceedings of the ECCM 2006*. LNEC - Lisbon, Portugal 5th-9th June 2006.



[7] I. Larrabide e R.A.Feijóo. HeMoLab - Laboratório de Modelagem em Hemodinâmica - Relatório de Pesquisa Nro. 13/2006 - Agosto 2006 - LNCC/MCT, Petrópolis - RJ - Brasil.



[8] P. J. Blanco, I. Larrabide, S. Urquiza and R. Feijóo. Sensitivity of Blood Flow Patterns to the Constitutive Law of the Fluid. *Proceedings of the ECCM 2006*. LNEC - Lisbon, Portugal 5th-9th June 2006.



[9] I. Larrabide and R.A.Feijóo. HeMoLab - Hemodynamics Modeling Laboratory, An application for modelling the Human Cardiovascular System. Submitted to *Computer Graphics International 2007*. May 30th - June 2nd 2007. Petrópolis - RJ - Brasil.



[10] I. Larrabide and A.A. Novotny and R.A. Feijóo. A Simple Method for Tomography Reconstruction Based on a Discrete Version of the Topological Gradient. Accepted for publication in *Inverse Problems, Design and Optimization Symposium (IPDO-2007)* - April 16-18 - 2007, Miami, Florida, USA.